

درس: فیزیک 2

استاد: سید ایمان حسینی

رشته: پایه

دانشگاه: صنعتی شاهرود

نویسنده: کیارش کرد

کد آرشیو

۱۰۱۱۰۲۰۵۳

قانون کولن و نیروی بارداریم واردی شد.

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Rightarrow \begin{cases} \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} \\ K = 8.99 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \end{cases}$$

$$* F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} *$$

$$\begin{array}{c} q_1 \quad q_2 \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ r_{12} \end{array} \quad F_{12} = K \frac{q_1 q_2}{|r_{12}|^2} \hat{r}_{12}$$

با اعمال علامت بارها جهت $\hat{r}_{12}$ مشخص می شود.

$$\begin{array}{c} q_1 \quad q_2 \\ q_3 \quad q_4 \end{array} \Rightarrow \vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14}$$

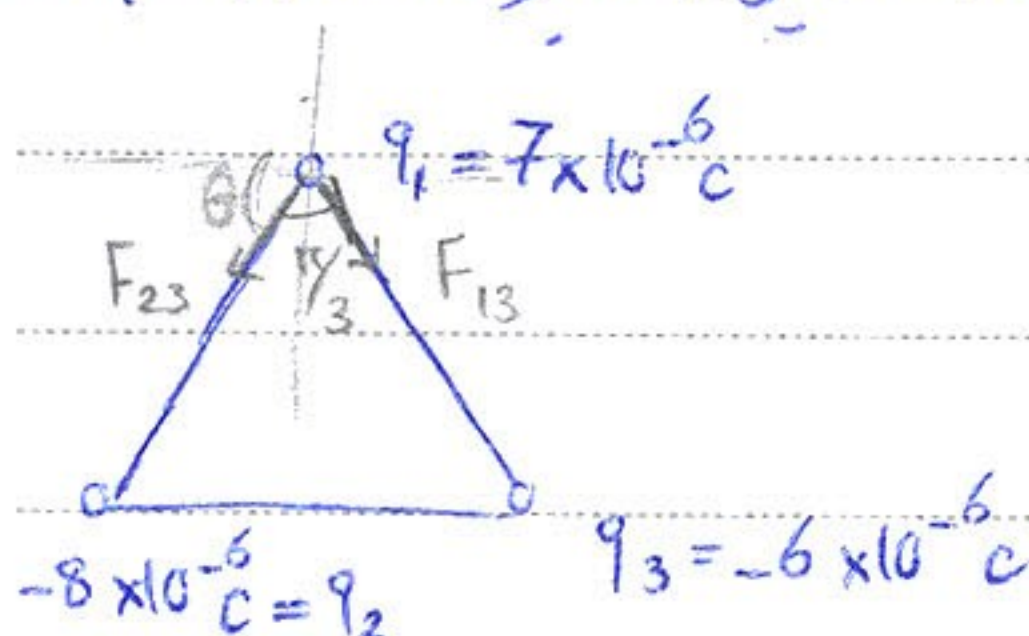
مثال: الکتریک شانه درختی با بار $3 \times 10^{-6} C$ بار شده، هم چنین وزن طبیعی شانه $35g$ باشد. درصد وزن شانه الکتریکی چقدر است؟
($m_e = 9.1 \times 10^{-31} kg$, $e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{3 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.87 \times 10^{13}$$

$$m = 1.87 \times 10^{13} \times 9.1 \times 10^{-31} = 17.01 \times 10^{-18} kg$$

$$\%m = \frac{17.01 \times 10^{-18}}{35 \times 10^{-8}} \times 100 = 4.9 \times 10^{-4} \%$$

مثال: سه بار مطابق شکل بر روی یک مثلث متساوی الساقین به ضلع $1.2m$ قرار گرفته اند. نیروی وارد بر ذره q_1 را بیابید.



$$F_{13} = K \frac{q_1 q_3}{r_1^2} = \frac{8.99 \times 10^9 \times 7 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{(1.2)^2} = 0.26 N$$

$$F_{23} = K \frac{q_2 q_3}{r_2^2} = \frac{8.99 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{(1.2)^2} = 0.34 N$$

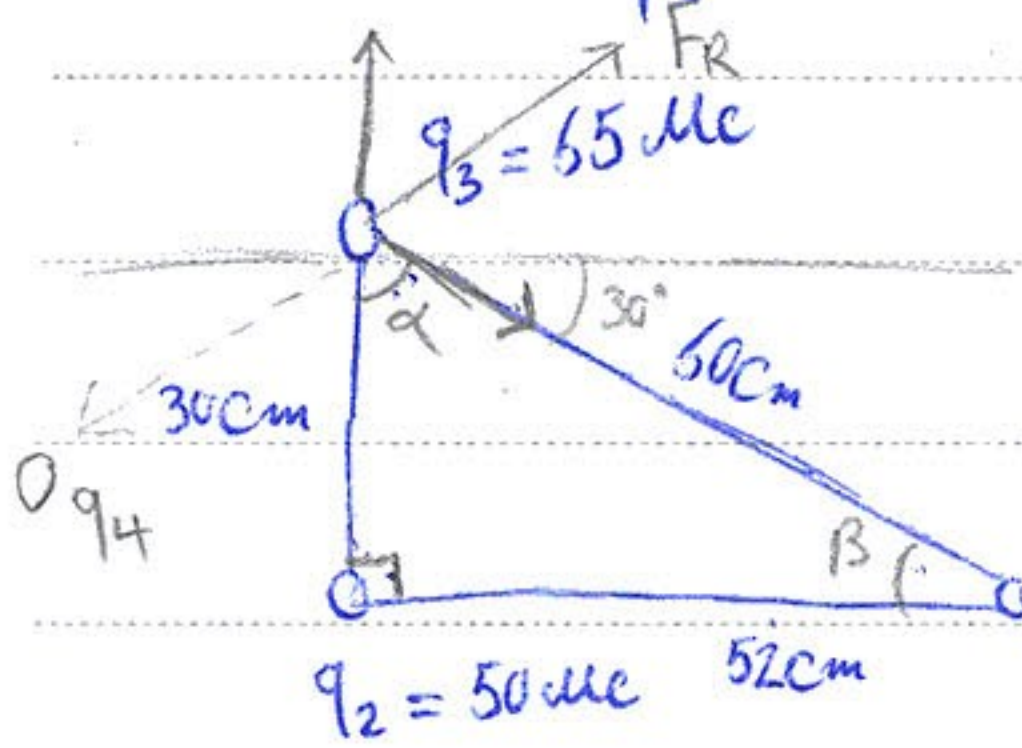
$$F_T = F_{13} + F_{23} \Rightarrow \begin{cases} F_{Tx} = (F_{13} \times \sin 30) - (F_{12} \times \sin 30) = -4.3 \times 10^{-2} N \\ F_{Ty} = (F_{13} \times \cos 30) - (F_{12} \times \cos 30) = -5.2 \times 10^{-1} N \end{cases}$$

$$\Rightarrow |F_T| = 0.53 N$$

$$\theta = \text{Arctg} \left(\frac{-5.2 \times 10^{-1}}{-4.3 \times 10^{-2}} \right) =$$

میدان مختصات را بر روی بار q_1 قرار دادیم.

مثال نیروی وارد بر بار ۳ را در شکل زیر بدست آورید. (ب) بار ۴ = ۵۰ μC - را در یک حالت و از این ای فراموش نایزنی وارد بر بار ۳



$$F_{13} = \frac{8.99 \times 10^9 \times 86 \times 65 \times 10^{-12}}{(0.6)^2} = 140 \text{ N}$$

صفر نکرد؟

$$F_{23} = \frac{8.99 \times 10^9 \times 50 \times 65 \times 10^{-12}}{(0.3)^2} = 330 \text{ N}$$

$$\frac{52 \text{ cm}}{\sin \alpha} = \frac{30 \text{ cm}}{\sin \beta} = \frac{60 \text{ cm}}{\sin(\frac{\pi}{2})} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 60^\circ \\ \beta = 30^\circ \end{cases}$$

زواای توان از روش های دیگر نیز بدست آمد.

$$\sum F_x = \cos 30^\circ \times 140 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 140 = 70\sqrt{3} \Rightarrow 120 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 330 \sin(\frac{\pi}{2}) - 140 \sin(\frac{\pi}{6}) = 330 - 70 = 260 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_T = 290 \text{ N}$$

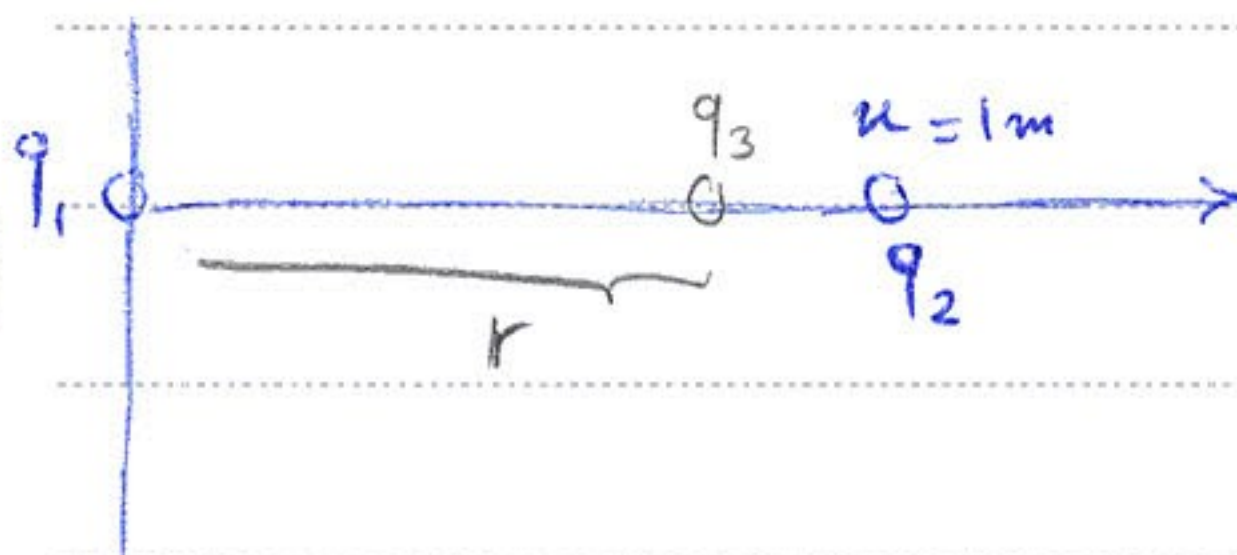
$$\theta = \text{Arctg}\left(\frac{260}{120}\right) = 65^\circ$$

$$290 = \frac{8.99 \times 10^9 \times 165 \times 10^{-6} \times 50 \times 10^{-6}}{r^2} \Rightarrow r = 31.5 \text{ cm}$$

بار ۳ و ۴ با هم نام است پس در این سیستم جاذبه می کشند.

مثال بار نقطه ای ۱ = ۲۷ μC در u = ۰ و بار نقطه ای ۲ = ۳ μC در u = ۱ م. مطابق شکل ترسیم شده اند. (I) در نقطه ای عمده

نیروی وارد بر بار نقطه ای سوم معرزی شود؟ (II) جواب مثبت الف را برای حالتی که u = -۳ باشد بدست آورید.



$$F_1 = F_2 \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{r^2} = k \frac{q_2 q_3}{(u-r)^2} \Rightarrow \frac{27 \times 10^{-6}}{r^2} = \frac{3 \times 10^{-6}}{(1-r)^2} \Rightarrow r = 0.75 \text{ m} \quad \text{(I)}$$

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{27 \times 10^{-6}}{(1+u)^2} = \frac{3 \times 10^{-6}}{u^2} \Rightarrow u = 0.5 \text{ m} \quad \text{(II)}$$

مثال بار Q را میان بدست ۱ و ۲ می کشیم. نیروی وارد این دو بار به ازای یک حالتی مشخص شده شود. مقدار

$$F = k \times \frac{q \times (Q-q)}{r^2} = 0 \Rightarrow qQ - q^2 = 0 \Rightarrow Q - 2q = 0 \Rightarrow q = \frac{Q}{2}$$

را بدست آورد.

مثال) دو گلوله سی ۱۰g به همادی ۱۰cm از یکدیگر فاصله دارند. الف) برای اینکه طولها با یکدیگر برابر باشند از هر یک از گلوله‌ها چقدر بار باید برد؟

ب) جواب صفت الف به نوبت از یک الکترون های هر گلوله است؟ (تعداد اتم های موجود در ۶۳.۵g سی برابر با عدد آووگادرو

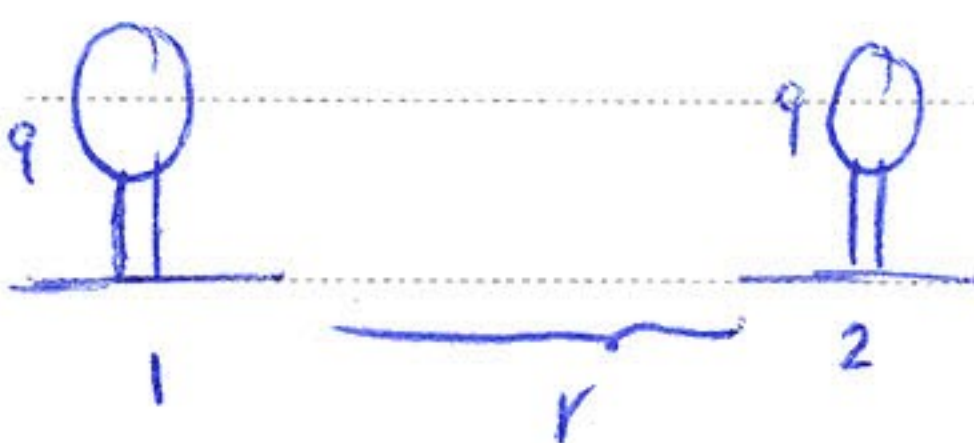
$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow 10 = 8.09 \times 10^9 \times \frac{q^2}{(0.1)^2} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{3} \times 10^{-5} \text{ C} \quad (6.02 \times 10^{23} \text{ یابست عدد اتمی سی ۲۹ است})$$

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{\frac{1}{3} \times 10^{-5}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.08 \times 10^{13}$$

$$\begin{array}{l|l} 63.5g & 6.02 \times 10^{23} \\ \hline 10g & n_2 \end{array} \Rightarrow n_2 = 9.48 \times 10^{22} \Rightarrow \text{تعداد الکترون ها} = 9.4 \times 10^{22} \times 29 \Rightarrow \text{بست} = \frac{2.08 \times 10^{13}}{9.4 \times 10^{22} \times 29} = 7.57 \times 10^{-12}$$

مثال) دو گوی یکسان یا بار ۹ مطابق شکل زیر در حالت ایست به یکدیگر نزدیک دارند. نودی مشابه سویی را با یک دستگیره ای عایق به هر دو گوی

سی میزنیم و سپس از آنها دور میزنیم. اکنون نودی ایست را به دست آورید؟



ابتدا به نودی ایست میزنیم و بار هر کدام $\frac{q}{2}$ می شود. (یعنی $q_1 = \frac{q}{2}$ و $q_2 = \frac{q}{2}$)

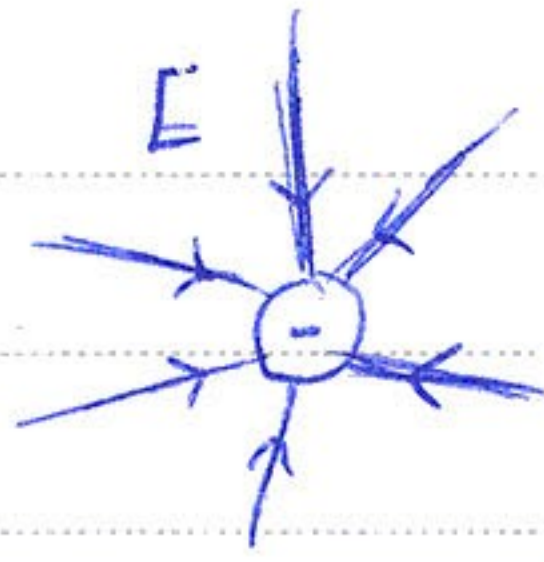
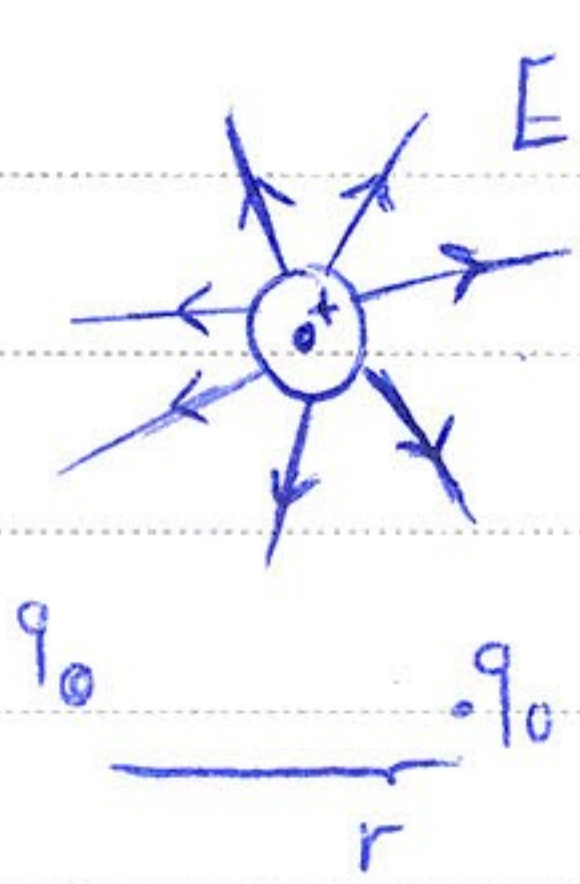
$$q'_1 = q'_2 = \frac{q + \frac{q}{2}}{2} = \frac{3}{4} q$$

سپس از زمین نودی ۳ به ۲ فاصله داریم:

$$\text{بست} = \frac{F'}{F} = \frac{\frac{3}{4} q \times \frac{q}{2}}{2 q^2} = \frac{3}{8}$$

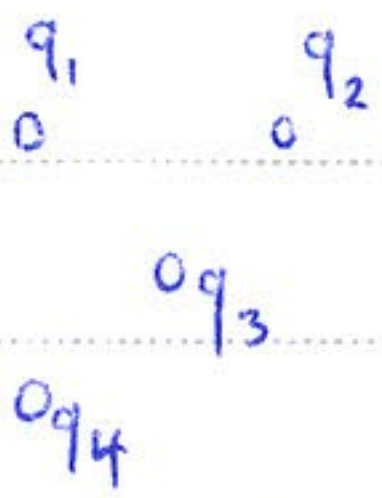
نقل دوم / 2

میدان الکتریکی نقطه ای برای است.



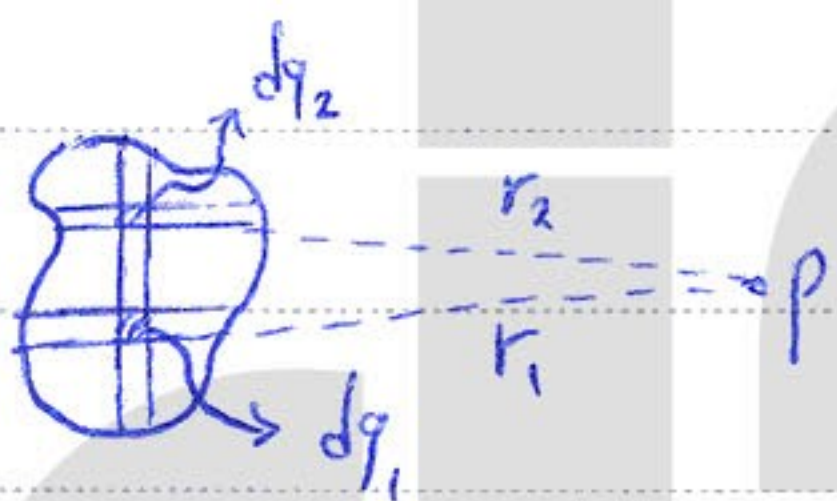
$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow E = \frac{k \frac{q q_0}{r^2}}{q_0} = k \frac{q}{r^2}$$

$$\Rightarrow ** E = k \frac{q}{r^2} **$$



$$\Rightarrow \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots = \sum \vec{E}$$

انجام بار نقطه ای است. در این مواقع همان کاری می‌کنیم.

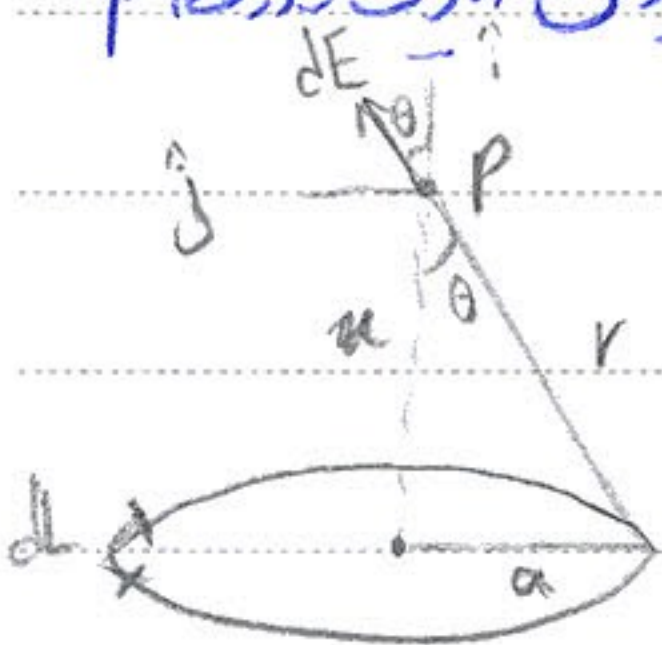


$$\left. \begin{aligned} dE_1 &= k \frac{dq_1}{r_1^2} \\ dE_2 &= k \frac{dq_2}{r_2^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_T = \sum_{i=1}^{\infty} k \frac{dq}{r_i^2}$$

$$\Rightarrow ** E_T = \int k \frac{dq}{r^2} **$$

$$* dE = k \frac{dq}{r^2} *$$

مثال یک خطی از یک به شعاع a دارای بار Q است که به صورت یک نوار بر روی آن توزیع گردیده است. میدان الکتریکی را در نقطه P واقع بر محور خط و به فاصله u از مرکز آن به دست آورید. برای حل این سؤال ابتدا dq را به دست می‌آوریم.



$$dE = k \frac{dq}{r^2}$$

$$\frac{2\pi a}{1m} \mid \frac{Q}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{Q}{2\pi a}$$

$$\frac{1}{dL} \mid \frac{\lambda}{dq} \Rightarrow dq = \lambda dL$$

$$r^2 = a^2 + u^2 \Rightarrow r = \sqrt{a^2 + u^2}$$

$$dE = k \frac{\lambda dL}{a^2 + u^2} \Rightarrow \int d\vec{E} = k \lambda \int \frac{dL}{a^2 + u^2}$$

$$\vec{E} = k \frac{\lambda dL}{a^2 + u^2} \cos \theta \hat{i} - k \frac{\lambda dL}{a^2 + u^2} \sin \theta \hat{j}$$

$$\cos \theta = \frac{u}{r} = \frac{u}{\sqrt{a^2 + u^2}}$$

$$\sin \theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + u^2}}$$

مثال 2: $\vec{E}$ برای است.

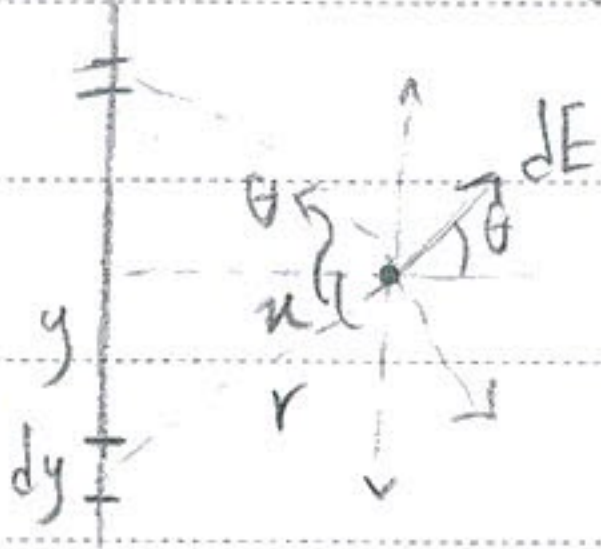
$$\vec{E} = \int k \frac{\lambda u dL}{(a^2 + u^2)^{3/2}} \hat{i} - \underbrace{\int k \frac{\lambda u dL}{(a^2 + u^2)^{3/2}} \hat{j}}_0 = \frac{k \lambda u}{(a^2 + u^2)^{3/2}} \int dL = 2\pi a \frac{k \lambda u}{(a^2 + u^2)^{3/2}} = \frac{k Q u}{(a^2 + u^2)^{3/2}}$$

* اگر $u \gg a \Rightarrow E = \frac{kQ}{u^2}$

نکته: میدان حاصل از یک جرمی باردار با طول ∞ را در رابطه‌ی ما از آن به دست آورید.

✓ λ

$$dE = k \frac{dq}{r^2} \quad \text{II}$$



$$r^2 = u^2 + y^2$$

dy	λ
dy	dq

$$\Rightarrow dq = \lambda dy \quad \text{I}$$

$$\Rightarrow dE = k \frac{\lambda dy}{u^2 + y^2}$$

* به خاطر متغیر، دوانه‌های عددی $(\cos \theta)$ یکدیگر را خنثی می‌کنند.

$$dE = k \frac{\lambda dy}{u^2 + y^2} \cos \theta \hat{i} \quad \Rightarrow \quad d\vec{E} = k \frac{\lambda u dy}{(u^2 + y^2)^{3/2}} \hat{i} \quad \Rightarrow \quad E = k \lambda u \int \frac{dy}{(u^2 + y^2)^{3/2}} \hat{i}$$

$$\cos \theta = \frac{u}{r} = \frac{u}{\sqrt{u^2 + y^2}}$$

انگیزه: برای حل این مسئله، dy را به $d\theta$ تبدیل می‌کنیم.

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 \theta}{u^2} = \frac{1}{u^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{u} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta = \frac{1}{u} dy \Rightarrow dy = \frac{u}{\cos^2 \theta} d\theta$$

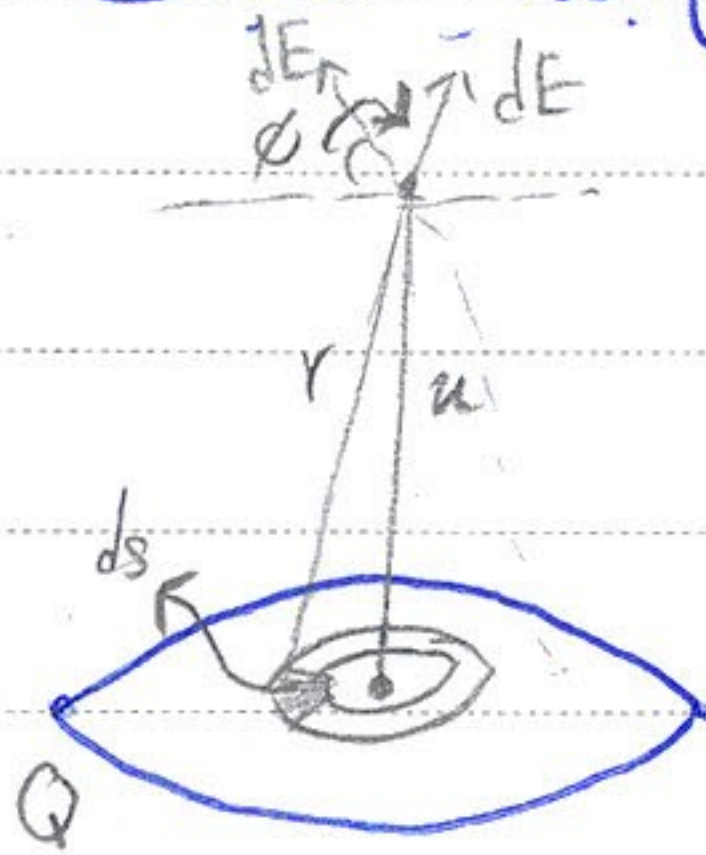
$$\Rightarrow d\vec{E} = k \lambda dy \cos \theta \hat{i} = k \lambda \frac{u}{\cos^2 \theta} d\theta \cos^3 \theta \hat{i} = \frac{k \lambda \cos \theta}{u} d\theta \hat{i}$$

$$\Rightarrow E = \frac{k \lambda}{u} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = 2k \lambda / u$$

* برای بداند بازه‌ی $\cos \theta$ و آن به واسطه‌ی $-\infty$ تا $+\infty$ تغییر می‌کند.

پس θ از $-\pi/2$ تا $\pi/2$ تغییر می‌کند.

مثال: میدان حاصل از یک پهنای R وادی با q بار و یک بار در یک پهنای u از مرکز یک دایره به مرکز یک را به دست



$$dE = k \frac{dq}{r^2}$$

Q	πR^2	$\Rightarrow \sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$
σ	$1m$	
$1m$	σ	$\Rightarrow dq = \sigma ds$
ds	dq	

آورد

1: $\rho d\theta$ قطاع
2: $\rho d\rho$ قطاع

قطعه مثال فرقی است

$$\Rightarrow ds = \rho d\rho d\theta$$

$$r^2 = \rho^2 + u^2$$

$$\Rightarrow dE = \frac{k \sigma \rho d\rho d\theta}{\rho^2 + u^2} \cos\phi \hat{k}$$

$$\cos\phi = \frac{u}{\sqrt{\rho^2 + u^2}}$$

موله های $\sin\phi$ یکدیگر را می کشند

$$\Rightarrow d\vec{E} = \frac{k \sigma u \rho d\rho d\theta}{(\rho^2 + u^2)^{3/2}} \hat{k} \Rightarrow \vec{E} = k \sigma u \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\rho d\theta}{(\rho^2 + u^2)^{3/2}} \hat{k}$$

$$\begin{aligned} &= 2\pi \int_0^R \frac{\rho d\rho}{(\rho^2 + u^2)^{3/2}} \hat{k} \\ &\left. \begin{aligned} &\rho^2 + u^2 = f \Rightarrow 2\rho d\rho = df \\ &\int \frac{\rho d\rho}{(\rho^2 + u^2)^{3/2}} = \int \frac{df}{2f^{3/2}} = -\frac{1}{f^{1/2}} \Big|_0^R \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{E} = \pi k \sigma u \left[\frac{1}{u} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + u^2}} \right] \hat{k} \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{u}{\sqrt{R^2 + u^2}} \right) \hat{k} \end{aligned}$$

P

$$\vec{E}_T = \vec{E}_+ + \vec{E}_- \quad \textcircled{I}$$

میدان حاصل از یک دوقبلی الکتریکی

$$\begin{aligned} \vec{E}_+ &= k \frac{q}{(z - d/2)^2} \hat{k} \\ \vec{E}_- &= k \frac{q}{(z + d/2)^2} (-\hat{k}) \end{aligned} \quad \textcircled{II}$$

$$\xrightarrow{I, II} \vec{E}_T = k \left[\frac{q}{(z - d/2)^2} - \frac{q}{(z + d/2)^2} \right] \hat{k}$$

$$\Rightarrow * \vec{E}_T = \frac{2kqd}{z^3} \left[\frac{1}{(1 - \frac{d^2}{4z^2})^2} \right] \hat{k}$$

$$\Rightarrow \text{if } z \gg d \Rightarrow ** \vec{E}_T = \frac{2kqd}{z^3} **$$

$$d \hat{n} \quad |\vec{p}| = qd$$

* $\vec{p}$: ستار دوقبلی یا ثمان دوقبلی

هم دلیل هم اندازه بودن بارها، نیروی میدان واردی کند هم اندازه است پس جابجایی ندارد معنی داند

دست برقی ایجاد کند که به نحاسی استاندارد می پردازیم

ماده ییز از خود دوران

$$\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F} = r F \sin \theta$$

$$T_T = F_u \sin \theta + F_+(d-u) \sin \theta = F d \sin \theta = E q d \sin \theta$$

$$|F_+| = |F_-| = |Eq|$$

$$\Rightarrow \vec{T}_T = E P \sin \theta = \vec{P} \times \vec{E}$$

مثال یک سیم ییلاستی مطابق شکل دارای بار $-q$ ییلاستید به پاره ای 120° و شعاع R می شود است. تعداد میدان الکتریکی

رادیان برای محاسبات به دست آورید

$$dE = \frac{k dq}{r^2}$$

$$\lambda = \frac{q}{L}, \quad dq = \lambda dL$$

$$d\vec{E} = \frac{k \lambda dL}{R^2} \cos \theta$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \int \frac{k \lambda dL}{R^2} \cos \theta \xrightarrow{dL = R d\theta} \int \frac{k \lambda}{R} \cos \theta d\theta (-\hat{i})$$

$$= \frac{k \lambda}{R} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \cos \theta d\theta \Rightarrow \frac{k \lambda}{R} [\sin \pi/3 + \sin \pi/3] = \frac{\sqrt{3} k \lambda}{R} (-\hat{i})$$

* چون الکتریکی هم ییلاست که دو بار میدان را محاسبه کنیم !!

مثال یک سیم ییلاست مطابق شکل به صورت یک نیم دایره به شعاع R در می آوریم. و می بینیم برای سیم ییلاست در آن نقطه ای

مقیاسی با این شکل $\lambda = \lambda_0 \sin \theta$ قرار می دهیم. میدان داخل از این سیم را در مرکز آن به دست آورید.

$$dE = k \frac{dq}{r^2}$$

$$dq = \lambda dL = \lambda_0 \sin \theta dL, \quad r = R$$

$$d\vec{E} = k \lambda_0 \frac{\sin \theta dL}{R^2} \sin \theta (-\hat{j}) \xrightarrow{dL = R d\theta} \vec{E} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{k \lambda_0 \sin^2 \theta dL}{R^2} R d\theta$$

$$= \frac{k \lambda_0}{R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 \theta d\theta = \frac{k \lambda_0}{R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{k \lambda_0}{R} \left(\frac{1}{2} \theta - \frac{1}{4} \sin 2\theta \right) \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

$$= \frac{\lambda_0 k \pi}{2R} (-\hat{j})$$

$$\begin{cases} \theta_1 = \text{ArcSin}\left(\frac{-L/2}{\sqrt{z^2 + L^2/4}}\right) \\ \theta_2 = \text{ArcSin}\left(\frac{L/2}{\sqrt{z^2 + L^2/4}}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow C = \frac{k\lambda}{z} \times \frac{L}{\sqrt{z^2 + L^2/4}}$$

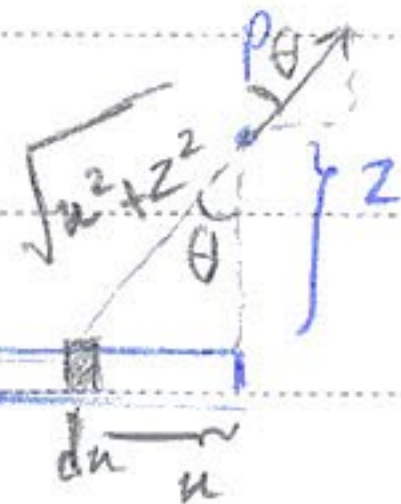
مثال) یک سیمای بی نهایت بلند دارای چگالی خطی بار الکتریکی λ باشد. میدان الکتریکی این سیمای در نقطه ای P بدست آورید.

$$dE = k \frac{dq}{r^2}$$

$$\frac{1 \text{ m}}{dn} \left| \frac{\lambda}{dq} \right| \Rightarrow dq = \lambda dn$$

$$r = \sqrt{u^2 + z^2}$$

آوردید



$$\Rightarrow d\vec{E} = k \frac{\lambda dn}{u^2 + z^2} [\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}] \quad (I)$$

$$\begin{cases} \sin \theta = \frac{u}{\sqrt{u^2 + z^2}} \\ \cos \theta = \frac{z}{\sqrt{u^2 + z^2}} \end{cases} \quad (II)$$

$$\xrightarrow{I} \vec{E}_i = \frac{1}{2} k \lambda \int \frac{2u du}{(u^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{-k\lambda}{\sqrt{u^2 + z^2}} \Big|_0^\infty = 0 + k\lambda/2 = k\lambda/2$$

$$\vec{E}_j = \frac{k\lambda}{2} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \Rightarrow \vec{E}_j = k\lambda/2$$

$\theta_1 = 0$
 $\theta_2 = \pi/2$

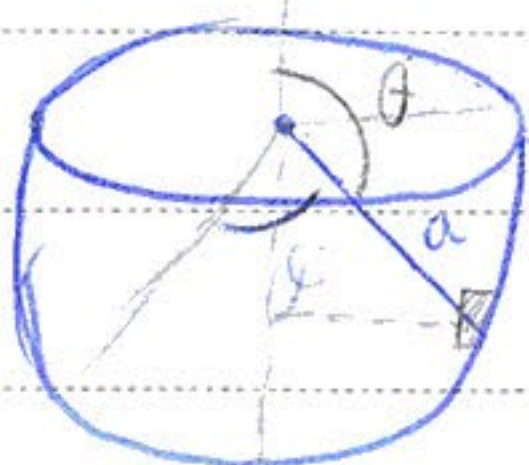
$$\Rightarrow \vec{E} = k\lambda/2 (\hat{i} + \hat{j})$$

مثال) نیم کره ای به شعاع a حامل بار یکسان σ می باشد. میدان الکتریکی این نیم کره را در مرکز آن بدست آورید.

$$dE = k \frac{dq}{r^2}$$

$$\frac{q}{ds} \left| \frac{2\pi a^2}{ds} \right| \Rightarrow dq = \frac{q ds}{2\pi a^2} \Rightarrow \sigma = \frac{q}{2\pi a^2}$$

با اختلاف کمی می شود.



ایمان

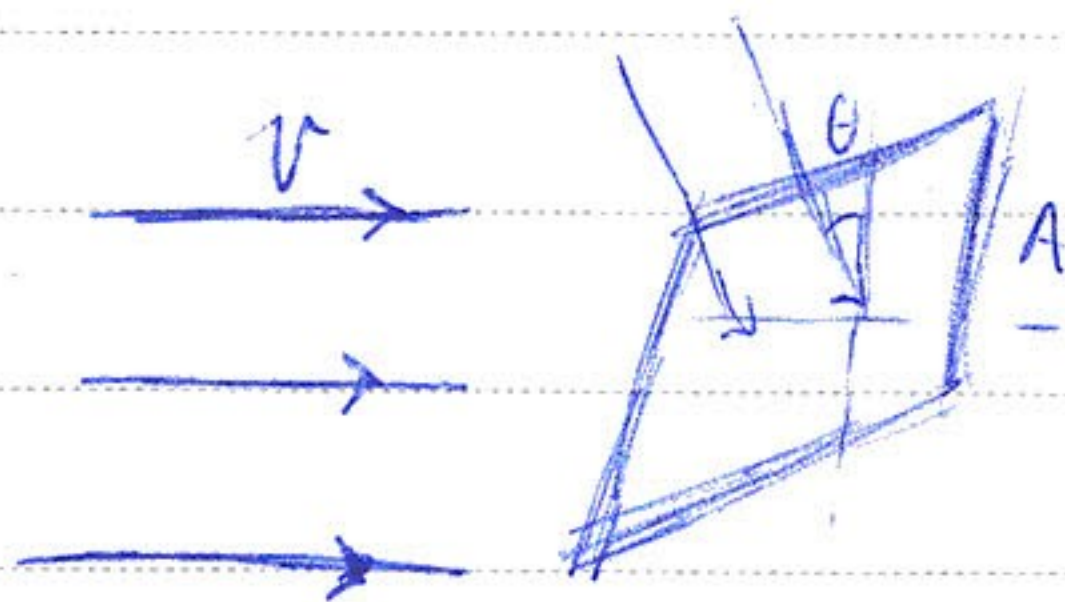
$$r = a$$

$$\frac{1}{ds} \left| \frac{\sigma}{dq} \right| \Rightarrow dq = \sigma ds$$

$$\Rightarrow d\vec{E} = k \frac{\sigma ds}{a^2} \cos \theta \Rightarrow d\vec{E} = k \sigma a^2 \sin \theta \cos \theta d\theta d\phi \Rightarrow \vec{E} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta d\phi$$

$$= 2\pi k \sigma \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta = 2\pi k \sigma \left(\frac{\sin^2 \theta}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} = 2\pi k \sigma \left(\frac{1}{2} \right) = \pi k \sigma \hat{k}$$

مثال سیم



$$\phi = VA$$

$$\phi = VA \cos \theta$$

$$(\phi \Rightarrow Nc/m^2) *$$

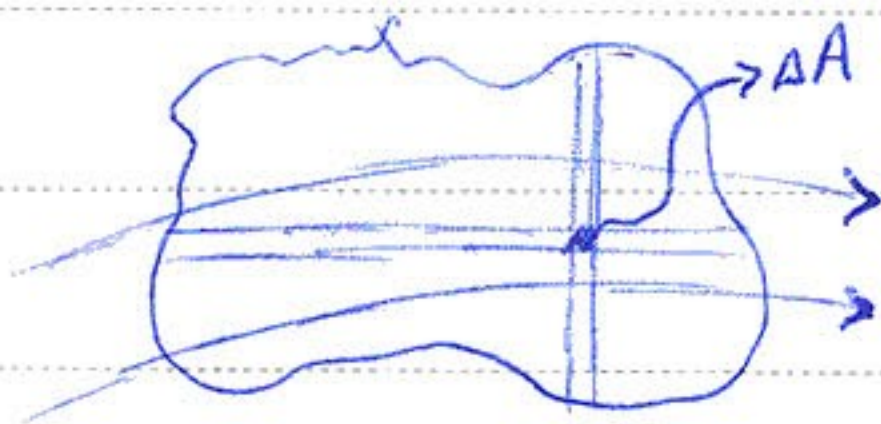
شار و توان گاهیه

$$\Rightarrow \phi = \vec{v} \cdot \vec{A}$$

بردار عمود بر سطح

بردار عمود بر سطح همیشه به همان جهت است.

شار میدان الکتریکی



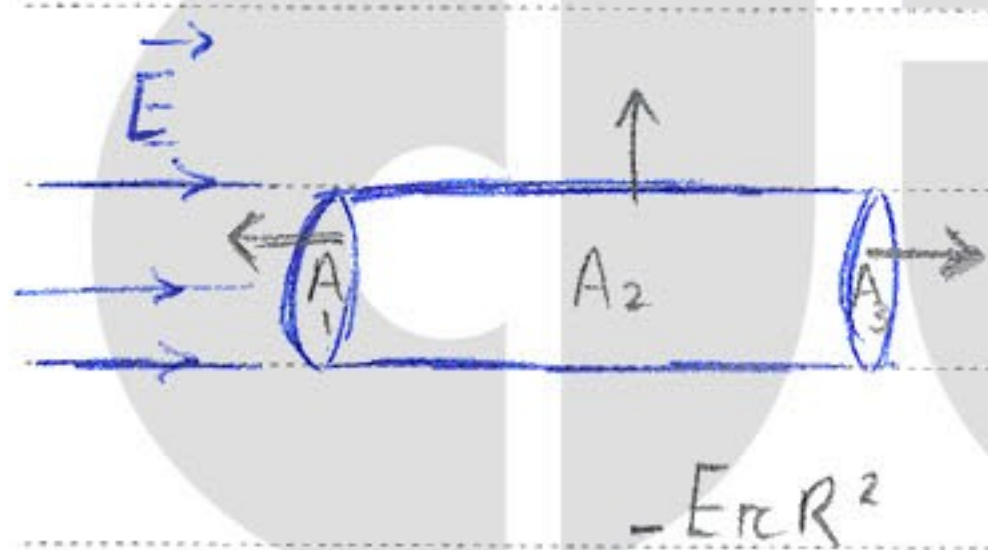
$$\phi = \vec{E} \cdot \vec{A} \Rightarrow d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{A} = \sum d\phi = \sum \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\lim_{dA \rightarrow 0} \sum \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\Rightarrow \phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

شار میدان الکتریکی از یک سطح بسته

مثال شار میدان الکتریکی عبوری از استوانه ای به شعاع R را مطابق شکل زیر به دست آورید.

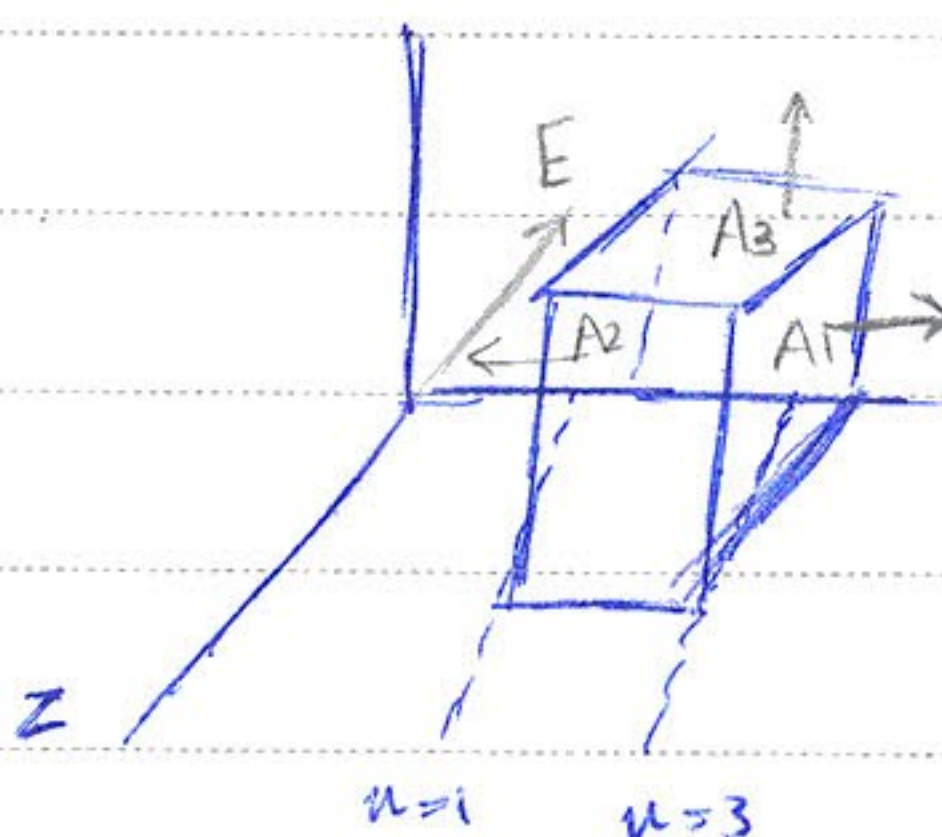


$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{A_1} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{A_2} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{A_3} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$= \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \cos \pi + \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \cos \pi/2 + \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \cos 0 = 0$$

چون سطح بسته است

مثال یک میدان الکتریکی یکنواخت به شکل $E = 3u\hat{i} + 4\hat{j}$ بر یک سطح کوئی دایره ای شکل مانند شکل واردی شود. شار الکتریکی



$$dA_2 = -\hat{i}$$

$$dA_1 = +\hat{i}$$

$$dA_3 = +\hat{j}$$

عبوری از وجه سمت راست و چپ و بالا را به دست آورید.

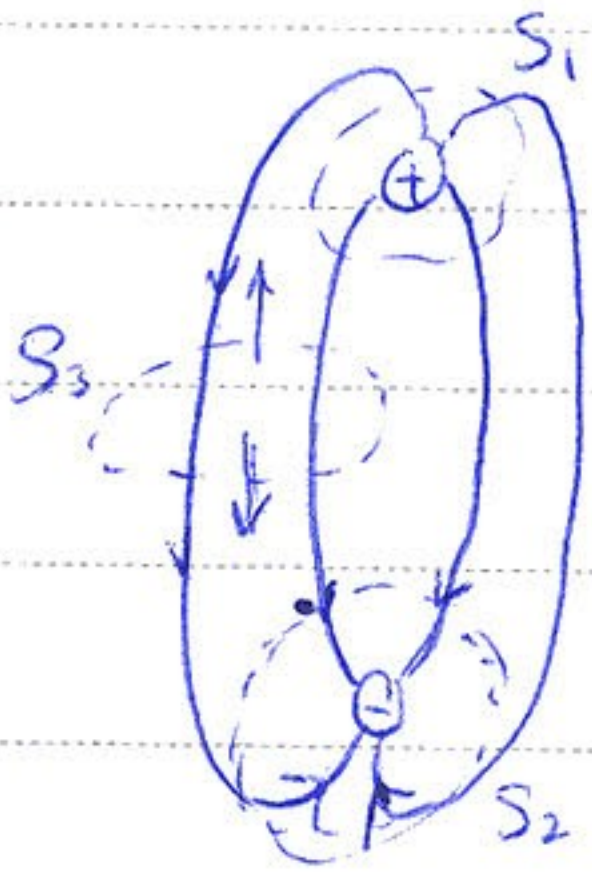
$$\phi_1 = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int (3u\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (dA_1 \hat{i}) = \int 3u dA_1 = 9(4) = 36$$

$$\phi_2 = - \int (3u\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (dA_2 \hat{i}) = \int -(3u) dA_2 = -3(4) = -12$$

$$\phi_3 = \int (3u\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (dA_3 \hat{j}) = \int 4 dA_3 = 4(4) = 16$$

توانی گوی:

$$\epsilon_0 \phi = q \Rightarrow \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$



$$\epsilon_0 \oint_{S_1} E \cdot dA \cos 0 = q = +$$

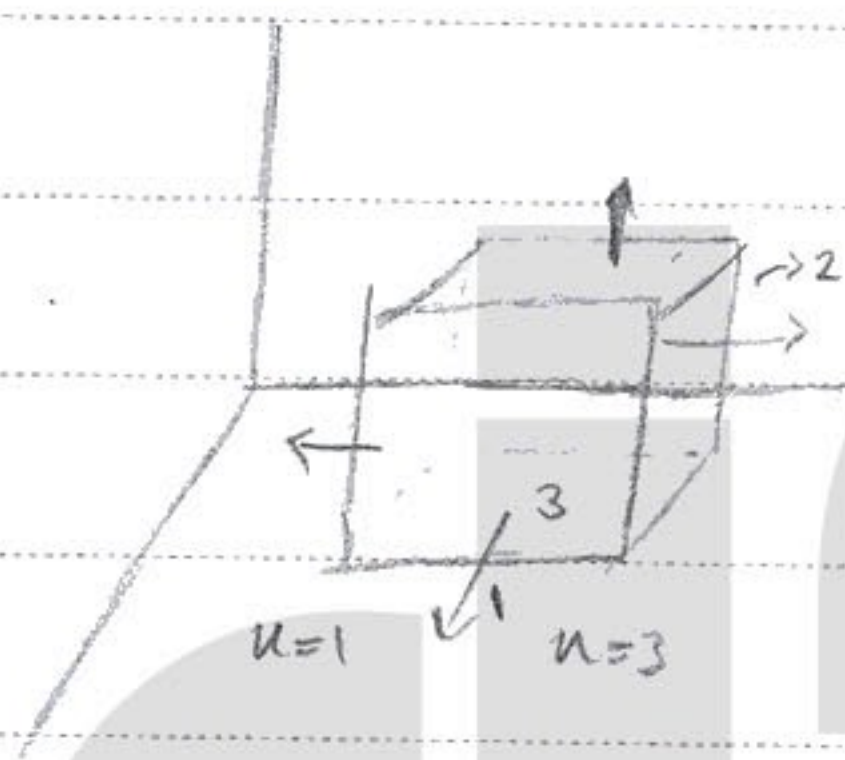
$$\epsilon_0 \oint_{S_2} E \cdot dA \cos \pi = q = -$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$$

$$\epsilon_0 \oint_{S_3} E \cdot dA (\cos 0 + \cos \pi) = q = 0$$

$$\vec{E} = 3x\hat{i} + 4\hat{j}$$

مثال) بارهای یک سال میل را محاسب کنید.



$$\epsilon_0 \phi = q$$

$$\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int (3x\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot d\vec{A}$$

$$\begin{cases} A_1 \Rightarrow dA_1 (\hat{k}) = 0 \\ A_2 \Rightarrow dA_2 (-\hat{k}) = 0 \\ A_3 \Rightarrow dA_3 (\hat{j}) = -16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \phi_T = 24$$

$$q = \epsilon_0 \phi = 24 \epsilon_0 = 21 \times 10^{-10} \text{ C}$$

مثال) بار الکتریکی 60 nC در یک مکعب به ضلع 100 cm قرار داریم. الف) کل شار گذرنده از یک وجه چقدر است؟ ب) شار گذرنده از هر وجه چقدر است؟

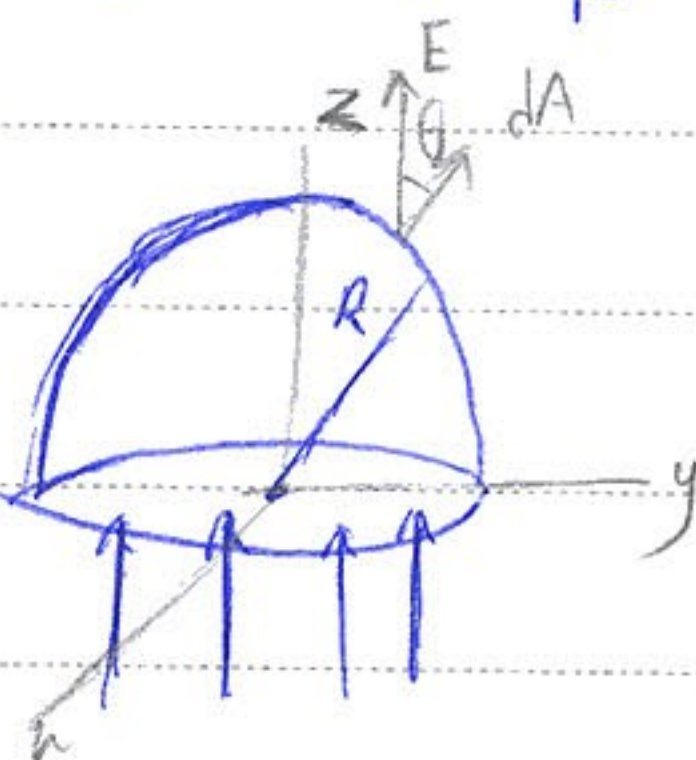
$$q = \epsilon_0 \phi \Rightarrow \phi = \frac{60 \times 10^{-6}}{8.85 \times 10^{-12}} = 6.77 \times 10^6 \text{ (الف)}$$

$$\frac{6.77 \times 10^6}{6} = 1.13 \times 10^6 \text{ (ب)}$$



ج) مت این ثابتی ماند در جهت ب، چه های تغییر، شار شری عبوری دهد.

مثال) نیم کره ای به شعاع R را مطابق شکل زیر در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار می دهیم. شار گذرنده از نیم کره را بدست آورید.

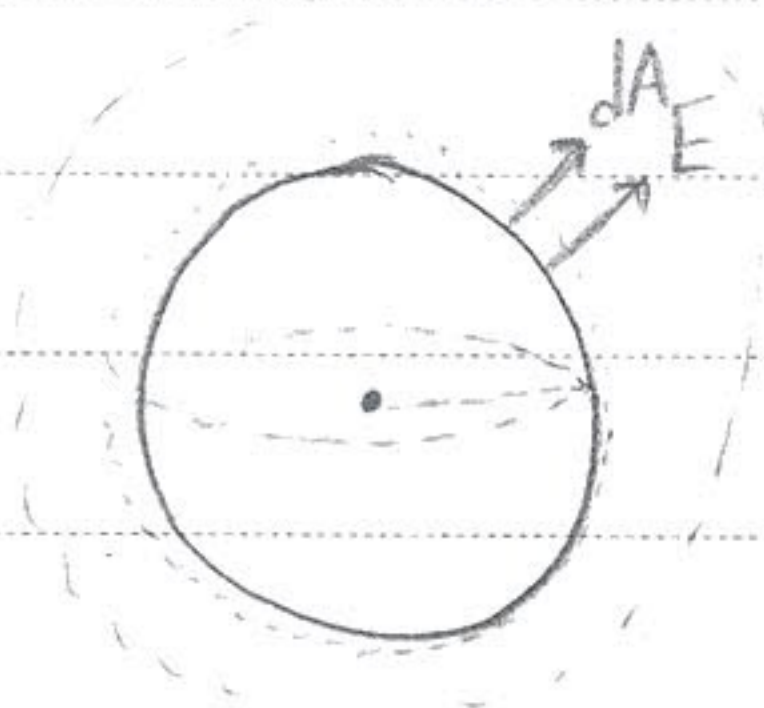


$$\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E \cdot dA \cos \theta = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} E R^2 \sin \theta \cos \theta d\theta d\phi$$

بر حسب

$$= 2\pi R^2 E \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \pi R^2 E$$

مثال) یک رسانای کروی با شعاع 8cm و چگالی بار سطحی یکنواخت 0.1nc/m^2 نمونه است. میدان الکتریکی را (الف) در



رابطه (ب) را کامل می‌کنیم 10^9nc/m^2 از مرکز برداشته می‌شود.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad \oint dA$$

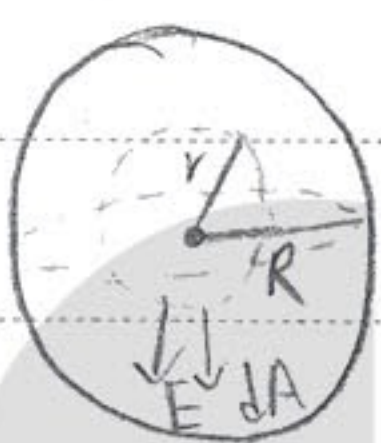
$$\Rightarrow \epsilon_0 E \oint dA = q \Rightarrow \epsilon_0 E 4\pi r^2 = q$$

$$q = \sigma \times 4\pi r^2 \quad \Rightarrow \epsilon_0 E \oint dA = \sigma 4\pi r^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{الف}) \quad E = \frac{kq}{r^2}$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} dA = q \Rightarrow \epsilon_0 E \int dA = \sigma 4\pi r^2 \Rightarrow \epsilon_0 E 4\pi r^2 = 4\pi r^2 \Rightarrow E = \frac{\sigma r^2}{\epsilon_0 r^2}$$

مثال) کروی با شعاع R را چگالی یکنواخت ρ در نظر بگیرید. میدان الکتریکی را در جاهای $r < R$ (الف) و $r > R$ (ب) را

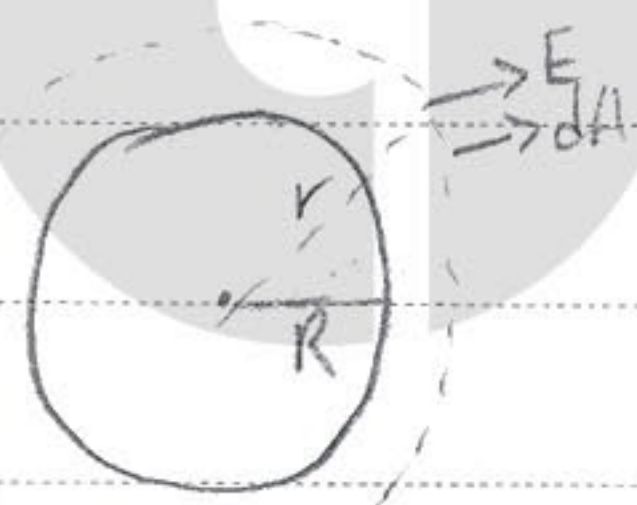


برای $r < R$ به شعاع r بار داخل به شعاع r است!!

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} dA = q \Rightarrow \epsilon_0 \oint \vec{E} dA = q$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 E \oint dA = q = \int \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 E 4\pi r^2 = \int \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \Rightarrow E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \quad (\text{الف})$$



$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \Rightarrow \epsilon_0 E \int dA = q = \int \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 E 4\pi R^2 = \int \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

برای $r > R$ به شعاع R بار داخل به شعاع R است!!

$$\Rightarrow E = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \quad (\text{ب})$$

*برای حل: ابتدا طبق تلفات (الف) بعد E بعد dA و q

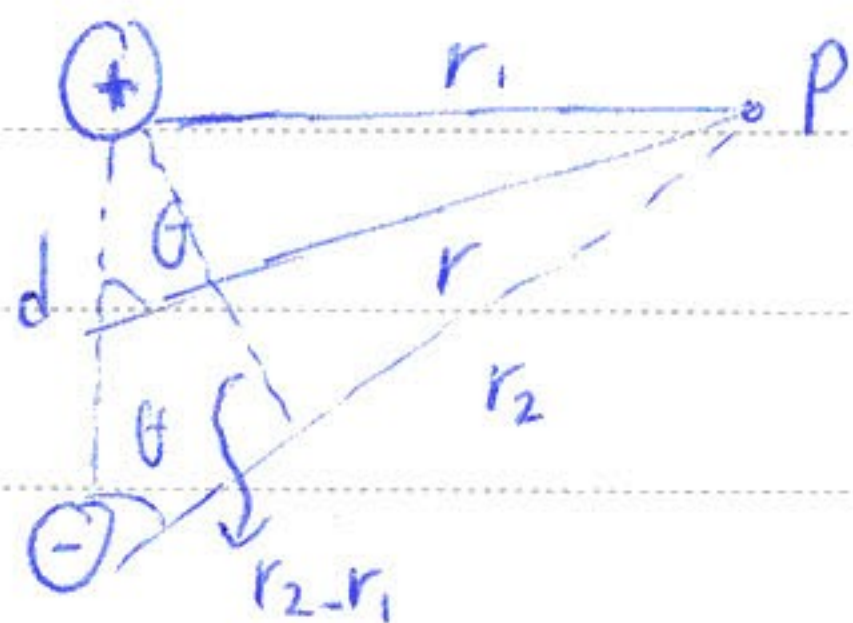
مثال) یک کابل هم‌محور بلند را مطابق شکل زیر بیان در نظر بگیرید که هم‌محور داخلی آن به شعاع a و چگالی سطحی بار به ρ و پشته خارجی آن

به شعاع b و چگالی سطحی بار به ρ باشد. در جاهای $a < r < b$ و $r > b$ برآورد کنید تا سست میدان خارج از کابل برابر شود؟

$$V = \frac{KQ}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{\rho d\rho d\varphi}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} = \frac{2KQ}{R^2} \int_0^R \frac{\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}$$

$$\rho^2 + z^2 = u \Rightarrow 2\rho d\rho = du, \int_0^R \frac{du}{u^{1/2}} \Rightarrow V = \frac{2KQ}{R^2} \left[(R^2 + z^2)^{1/2} - z \right]$$

پتانسیل ناشی از یک صفحهٔ لایهٔ نازک

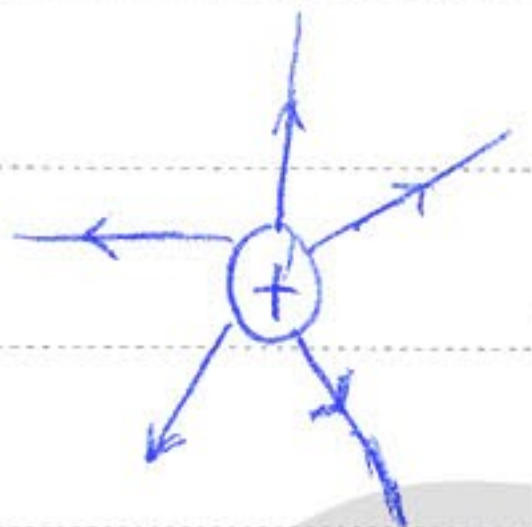


$$V_1 = \frac{Kq}{r_1}, V_2 = \frac{Kq}{r_2}$$

$$\Rightarrow V_T = \frac{Kq}{r_1} - \frac{Kq}{r_2} = Kq \left[\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right]$$

$$\text{if } r \gg d \Rightarrow \begin{cases} r_2 - r_1 = d \cos \theta \\ r_1 r_2 = r^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_T = Kq \frac{d \cos \theta}{r^2} = \frac{Kp \cos \theta}{r^2}$$



$$V_b - V_a = 0 = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

مسوچم پتانسیل به سوی هستند بر فصول بیان پتانسیل عود هستند.

کاربری میدان الکتریکی از پتانسیل

$$V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = - \frac{dV}{dr} = \begin{cases} E_x = - \frac{dV}{dx} \\ E_y = - \frac{dV}{dy} \\ E_z = - \frac{dV}{dz} \end{cases}$$

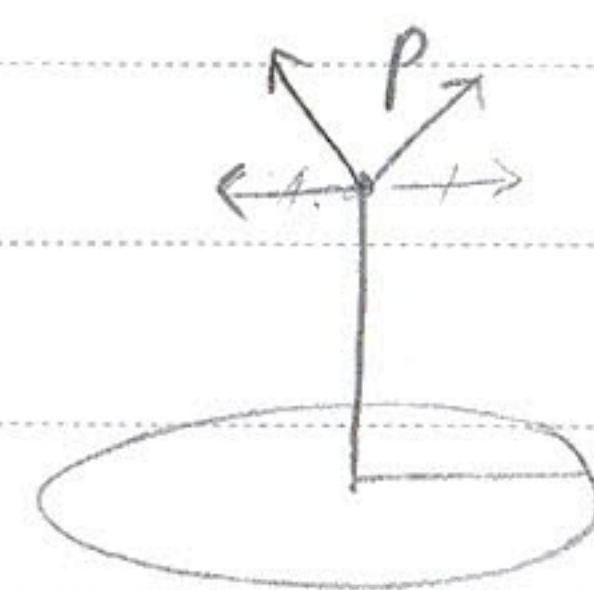
$$\Rightarrow \vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$$

سوال برای یک باردار سال قبل میدان الکتریکی را در فصولی P بدست آوردید.

$$V = \frac{2Kq}{R^2} \left[(R^2 + z^2)^{1/2} - z \right] \Rightarrow V' = \frac{-2Kq}{R^2} \left[\frac{1}{2} (R^2 + z^2)^{-1/2} \times 2z - 1 \right]$$

بسیار

$$\Rightarrow \sigma = \frac{q}{\pi R^2} \Rightarrow E = 2\pi K \sigma \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) = E_z$$

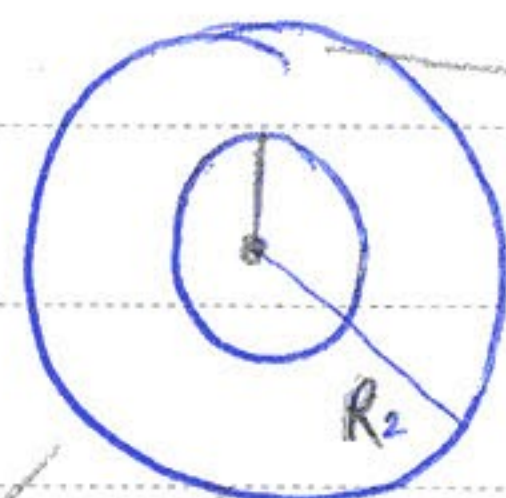


* مثال) دو دایره‌ای هم‌مرکز به شعاع‌های R_1 و R_2 و بارهای q_1 و q_2 را در نظر بگیرید. پتانسیل الکتریکی را برای $r < R_2$ و $r > R_2$ بیابید.

$$V = - \int_{\infty}^r E \cdot dr$$

$$\Rightarrow V = + \int_r^{\infty} E \cdot dr = + \int_r^{\infty} \frac{kq}{r^2} dr$$

$r < R_1$ به دست آورید.



$$\Rightarrow V = \frac{-kq}{r} \Big|_r^{\infty} = 0 + \frac{kq}{r} \Rightarrow V = \frac{kq}{r} \rightarrow q = q_1 + q_2 \quad (\text{الف})$$

ماریت بی رویه بودن و جهت مثبت برای

** پتانسیل در یک نقطه یعنی بار را از آن نقطه به بی‌نهایت در نظر **

$$V = - \int_{\infty}^r E \cdot dr = - \int_{\infty}^{R_2} E_2 \cdot dr - \int_{R_2}^r E_1 \cdot dr = \int_{R_2}^{\infty} E_2 \cdot dr + \int_r^{R_2} E_1 \cdot dr$$

$$\Rightarrow V = \int_{R_2}^{\infty} \frac{k(q_1 + q_2)}{r^2} dr + \int_r^{R_2} \frac{kq_1}{r^2} dr \Rightarrow V = + \frac{k(q_1 + q_2)}{R_2} - \frac{kq_1}{R_2} + \frac{kq_1}{r}$$

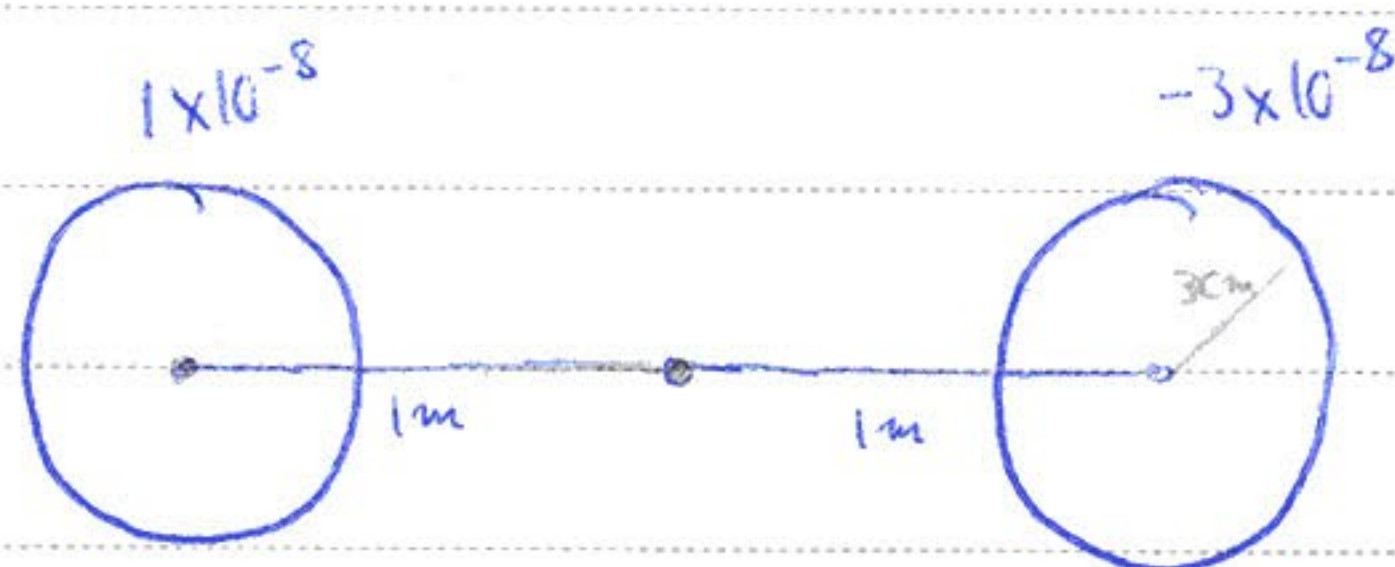
$$\Rightarrow V = \frac{kq_2}{R_2} + \frac{kq_1}{r} \quad (\text{ب})$$

$$V = \frac{kq_2}{R_2} + \frac{kq_1}{R_1}$$

تا برای R_1 میدان را داریم پتانسیل برای R_1 تا داخل این است و برابر.

* مثال) دو دایره‌ای هم‌مرکز به شعاع 3cm به ترتیب بارهای $1 \times 10^{-8}\text{C}$ و $-3 \times 10^{-8}\text{C}$ به یکنواخت توزیع شده است. اگر بارهای

مرکزهای این دو دایره 2m باشد محاسبه پتانسیل در وسط دایره ب (پتانسیل هر دایره



$$V_T = -180$$

(الف)

$$V_1 = \frac{kq_1}{r} = \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-8}}{3 \times 10^{-2}} = 3000$$

$$V_1 = \frac{kq_1}{r_1} = \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-8}}{1} = 90$$

$$V_2 = \frac{kq_2}{r_2} = \frac{9 \times 10^9 \times -3 \times 10^{-8}}{1} = -270$$

$$\Rightarrow V_T = 2865$$

کری ۱

$$V_2 = \frac{9 \times 10^9 \times -3 \times 10^{-8}}{2} = -135$$

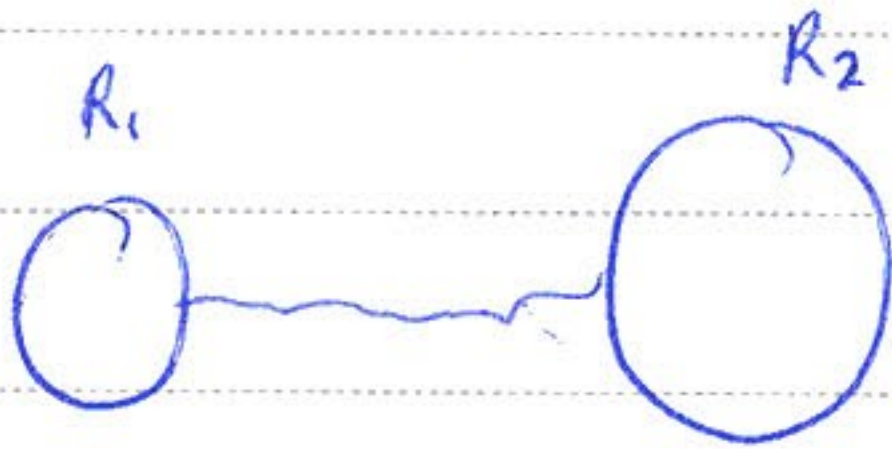
$$V_1 = \frac{9 \times 10^9 \times -3 \times 10^{-8}}{3 \times 10^{-2}} = -9000$$

$$\Rightarrow V_{T2} = -8955 \quad \text{کره 2}$$

$$V_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-8}}{2} = 45$$

مثال) در شکل زیر فرض کنید $R_1 = 1 \text{ cm}$ و $R_2 = 2 \text{ cm}$ است. کل از آنکه دو هاله به یکدیگر وصل کنیم بار $2 \times 10^{-7} \text{ C}$ روی لوله قرار داده

کره 1 به یک لوله بار (الف) عملی بار (ب) چگالی سطحی بار (ج) پتانسیل هر کره



$$V_1 = V_2$$

$$\text{الف) } \frac{R_1}{R_2} = \frac{q_1}{q_2} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = 2 \Rightarrow q_2 = 2q_1$$

$$q_1 + q_2 = 2 \times 10^{-7} \text{ C}$$

$$\Rightarrow q_1 = \frac{2}{3} \times 10^{-7} \text{ C}, q_2 = \frac{4}{3} \times 10^{-7} \text{ C}$$

$$\text{ب) } \sigma = \frac{q_1}{A} = \frac{\frac{2}{3} \times 10^{-7}}{4\pi r_1^2} = \frac{\frac{2}{3} \times 10^{-7}}{4\pi \times 10^{-2}}$$

$$r_2 = -$$

* اتصال بار از لایه داخلی باید به هم پتانسیل شوند.

$$\text{ج) } V_1 = V_2 \quad \text{پتانسیل اتصال} \Rightarrow V = \frac{kq_1}{r_1} = \frac{kq_2}{r_2}$$

مثال) دو کره رسانا با چگالی به شعاع 6 cm و دیگری به شعاع 12 cm هر یکم دارای بار $3 \times 10^{-8} \text{ C}$ می باشند. دو هاله را به هم وصل می کنیم (از

یکدیگر جدا دارند. اگر این دو هاله را به یکدیگر وصل شوند (الف) دمای حرکت و بزرگی بار منتقل شده (ب) بار چگالی و پتانسیل هر کره را بدست



$$V_1 = \frac{kq_1}{r_1} = 4500$$

$$V_2 = \frac{q_2}{4} \times 10^3$$

آوردیم. از V_1 به V_2 وصل است

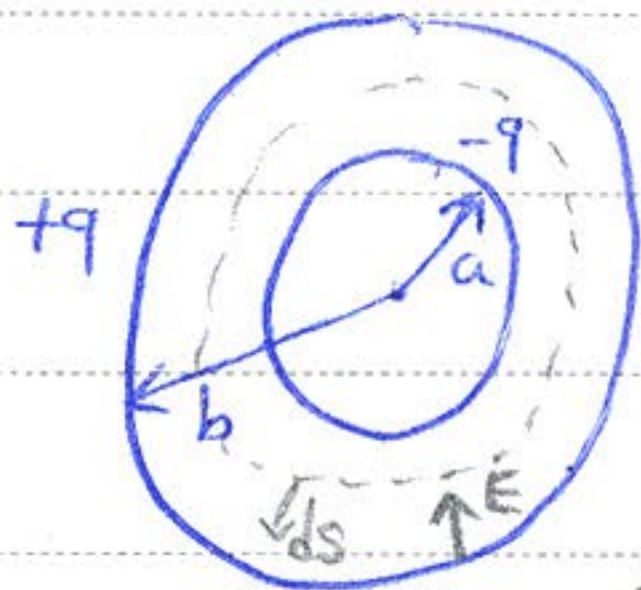
** جهت جریان است پتانسیل بیشتر به کمتر است.

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{r_2}{r_1} = 2 \Rightarrow \begin{cases} q_2 = 2q_1 \\ q_1 + q_2 = 6 \times 10^{-8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 2 \times 10^{-8} \\ q_2 = 4 \times 10^{-8} \end{cases} \Rightarrow 1 \text{ C} \times 10^{-8} \text{ منتقل شد است}$$

$$\text{بار چگالی} = 3 \times 10^{-8} \text{ C}$$

$$V_1 = V_2$$

مثال) دو کروی نام مرکز به شعاع a و b را در نظر بگیرید. ظرفیت این کازن را محاسبه کنید.



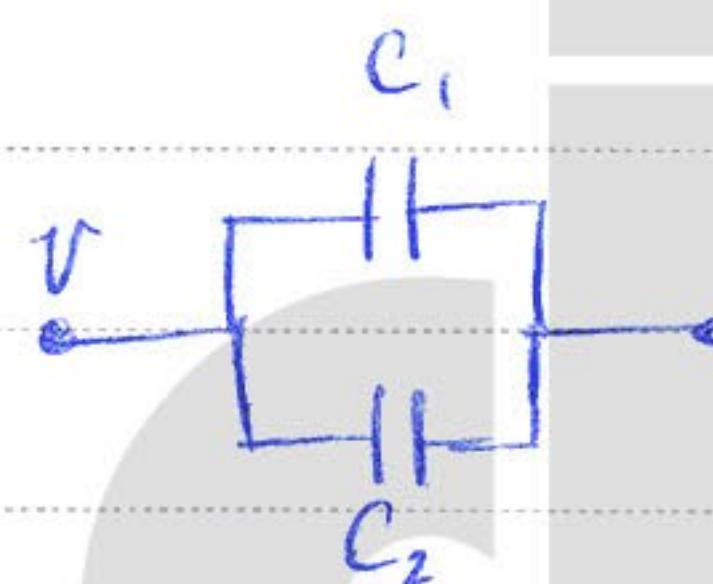
$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = q \Rightarrow -\epsilon_0 \oint E ds = -q \quad \text{مرحله 1}$$

$$\epsilon_0 E 4\pi r^2 = q \Rightarrow E = \frac{q}{4\epsilon_0 \pi r^2} \quad \text{مرحله 2}$$

$$V_+ - V_- = - \int E \cdot dr = \int \frac{q}{4\epsilon_0 \pi r^2} dr = \frac{q}{4\epsilon_0 \pi} \int r^{-2} dr$$

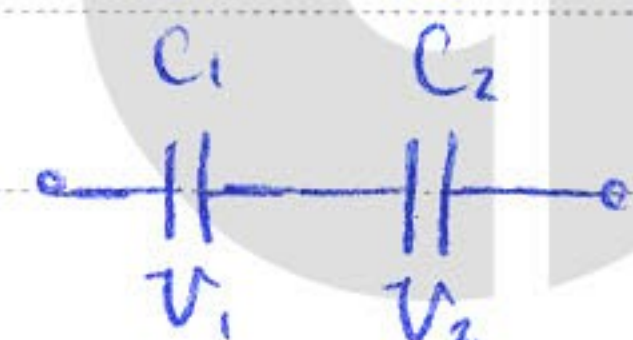
$$= \frac{-q}{4\epsilon_0 \pi} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) = \frac{q}{4\epsilon_0 \pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \quad \text{مرحله 3}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{4\epsilon_0 \pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)} = \frac{4\pi \epsilon_0 ab}{b-a}$$



$$** C_{eq} = C_1 + C_2 **$$

$$* V_1 = V_2 *$$



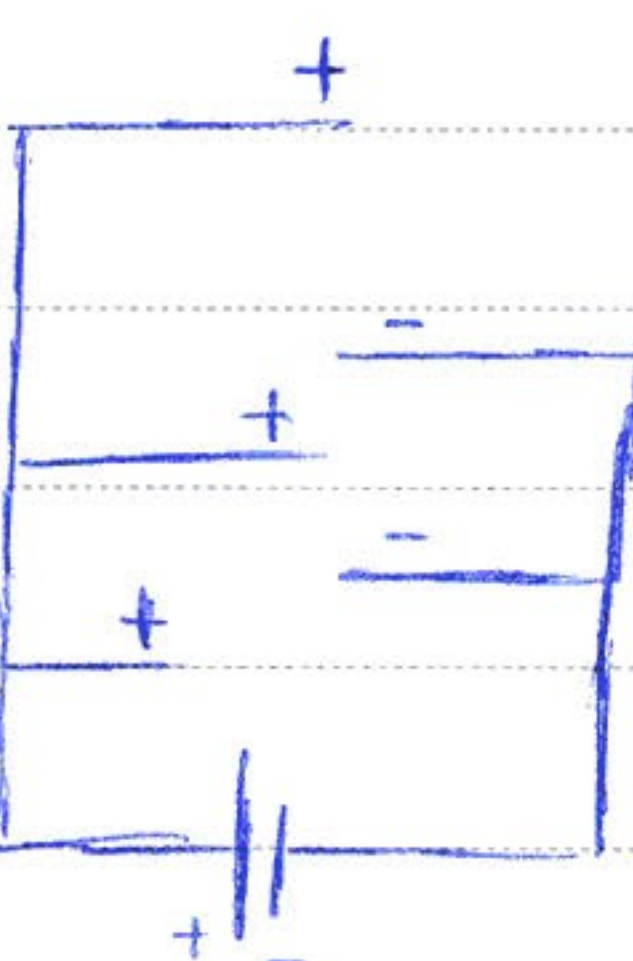
$$** C_{eq} : \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} **$$

$$* q_1 = q_2 *$$

کازن های موازی:

کازن های سری:

مثال) کازنی شکل از دو مجموع صغیر را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. اگر فاصله صفحات d و مساحت پوشر صفحات A باشند

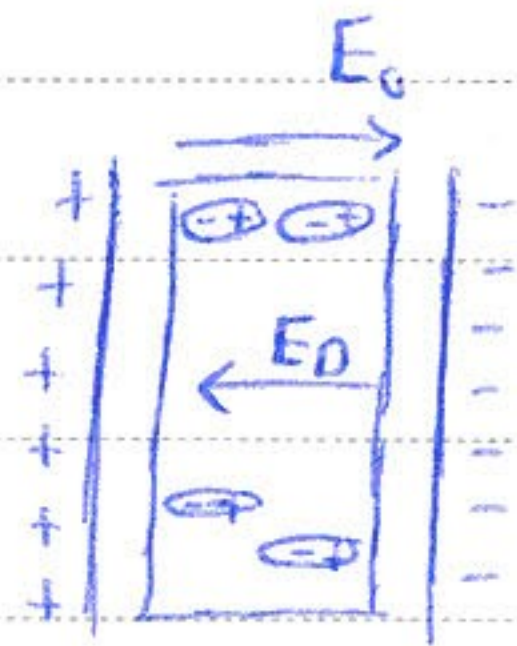
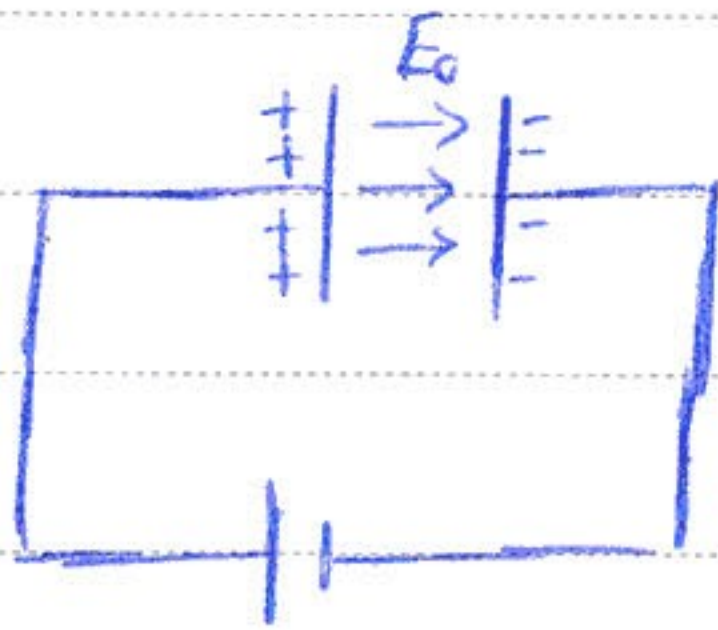


$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{4\epsilon_0 A}{d}$$

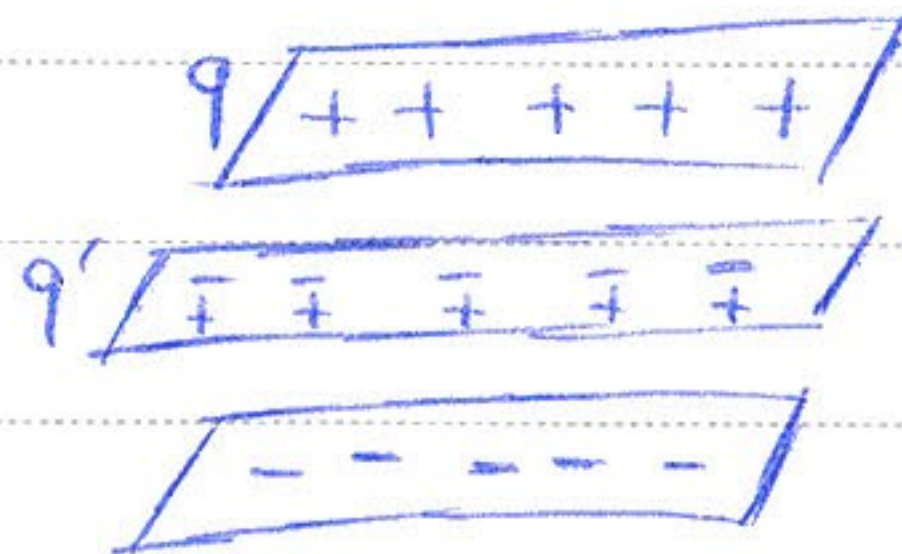
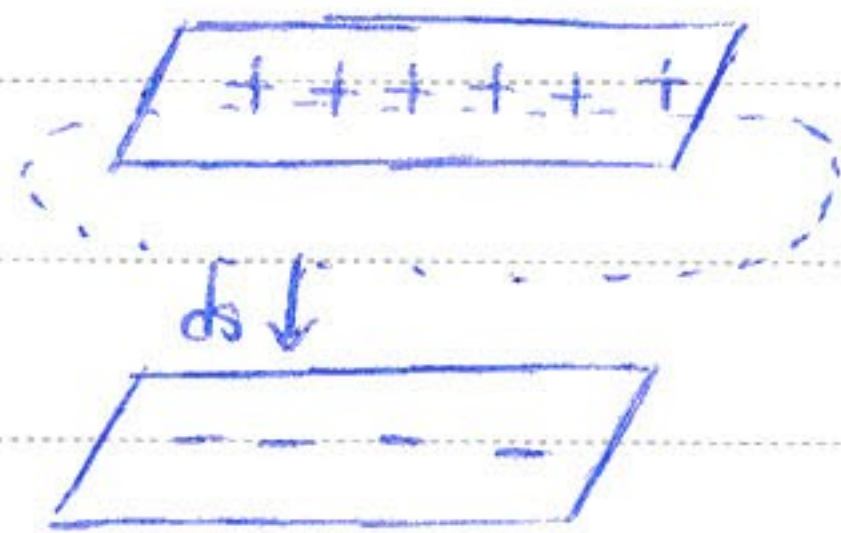
ظرفیت این پلکریندی را محاسبه کنید.

* 4 کازن بارهای نام نام دارند موازی اند.

میدان الکتریکی باعث افت میدان می شود



$$E_{\text{net}} = E_0 + E_D = \frac{E_0}{K}$$



$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = q$$

$$\epsilon_0 EA = q \Rightarrow E = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = q - q'$$

$$\epsilon_0 E' A = q - q' \Rightarrow E' = \frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q'}{\epsilon_0 A}$$

$$E' = \frac{E}{K} = \frac{q}{K \epsilon_0 A}$$

$$\frac{q}{K \epsilon_0 A} = \frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q'}{\epsilon_0 A} \Rightarrow q' = q \left(1 - \frac{1}{K}\right) *$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = q - q' = q - q \left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

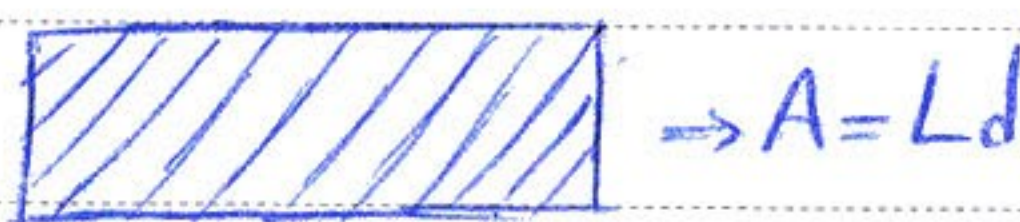
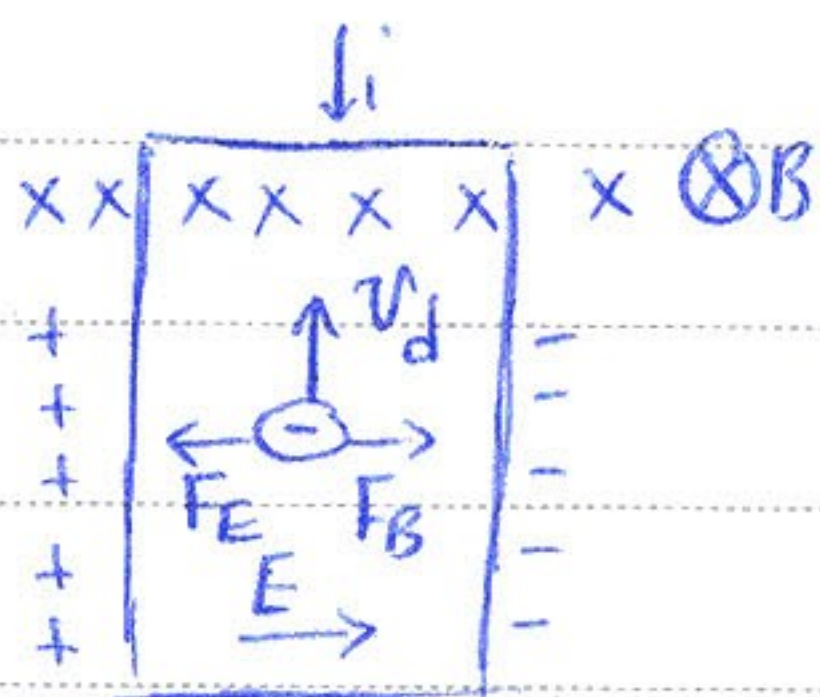
$$\epsilon_0 \oint \vec{E}' \cdot d\vec{s} = \frac{q}{K} \rightarrow \epsilon_0 \oint K \vec{E}' \cdot d\vec{s} = q ***$$

قانون گاوسی در داخل دی الکتریک

ادام در برهه ای بعدی *

$$\vec{F}_j = \int_0^{\pi} R d\theta \sin\theta = iRB \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta = 2iRB$$

$$F_T = F_1 + F_2 + F_3 = 2iLB + 2iRB$$



$$F_E = F_B \rightarrow eE = eV_d B$$

$$V_d = \frac{j}{ne} = \frac{i}{neA} \rightarrow V_H = Ed \rightarrow E = \frac{V_H}{d} \quad **$$

$$\frac{V_H}{d} = \frac{iB}{neA} \rightarrow n = \frac{iBd}{eV_H A} \Rightarrow *** n = \frac{iB}{eV_H L} \quad ***$$

Subject :

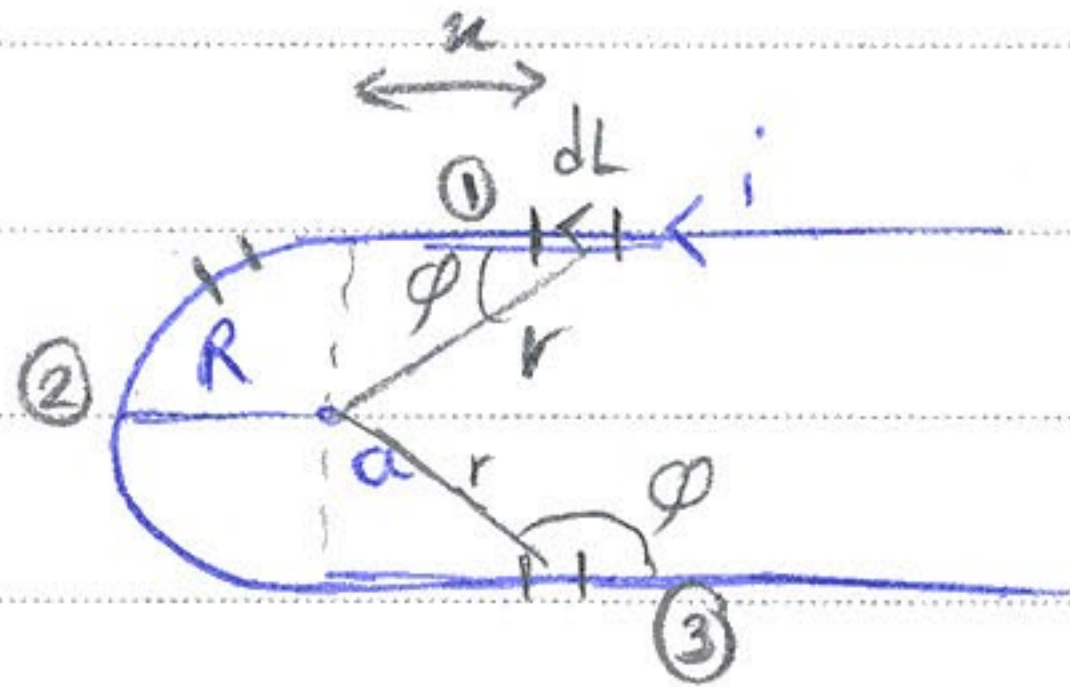
Year :

Month :

Date :

$$dF = i_2 du \times B_1 \rightarrow F = \int_a^{a+b} i_2 du \times B_1 = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi ca} du = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \int_a^{a+b} \frac{du}{u} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

مثال) میدان مغناطیسی را برای انداز شکل زیر در نقطه A به دست آورید.



* برای محاسبه میدان دو ذره اول آبرو پیوسته وجود دارد. دویم از یک طرف محدودیت آبرو جواب نمی دهد.

$$\textcircled{1} B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{idL \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{idL \sin\phi}{r^2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{R du}{(R^2 + u^2)^{3/2}}$$

$$\sin\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + u^2}}, \quad r^2 = R^2 + u^2$$

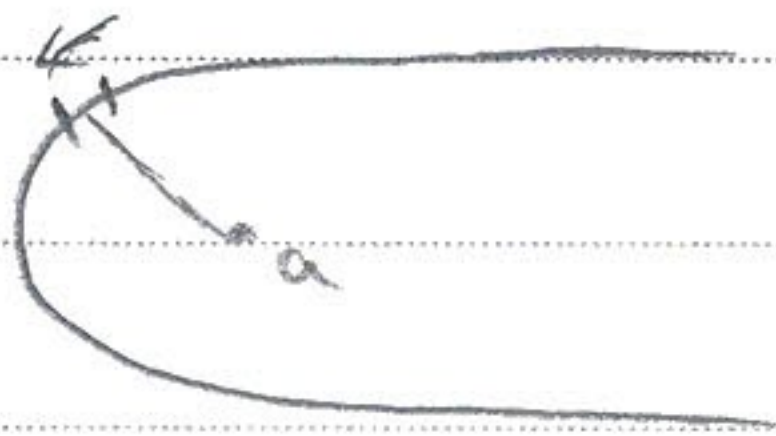
$$\tan\phi = R/u \Rightarrow (1 + \tan^2\phi)d\phi = -R/u^2 du \Rightarrow (1 + R^2/u^2)d\phi = -R/u^2 du$$

$$\Rightarrow d\phi = \frac{-R}{(u^2 + R^2)} du$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi R} \int_0^{\pi/2} \frac{R du}{R^2 + u^2} = \frac{\mu_0}{4\pi R} \int_0^{\pi/2} d\phi \sin\phi$$

برای هم 1 و 3 برابری شود.

2:



$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{idL \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{dL \sin\theta/2}{R^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2} \int_0^{\pi/2} R d\theta = \frac{\mu_0 i}{8R}$$

$$B_T = B_1 + B_2 + B_3$$

هر سه بدون سواند

Arman

Subject :



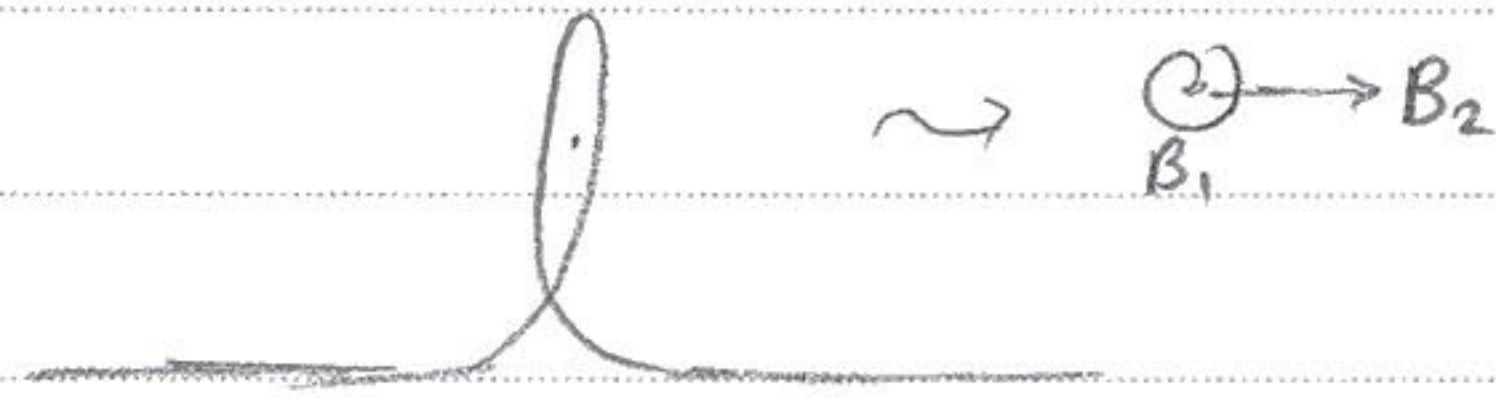
Year :



Month :

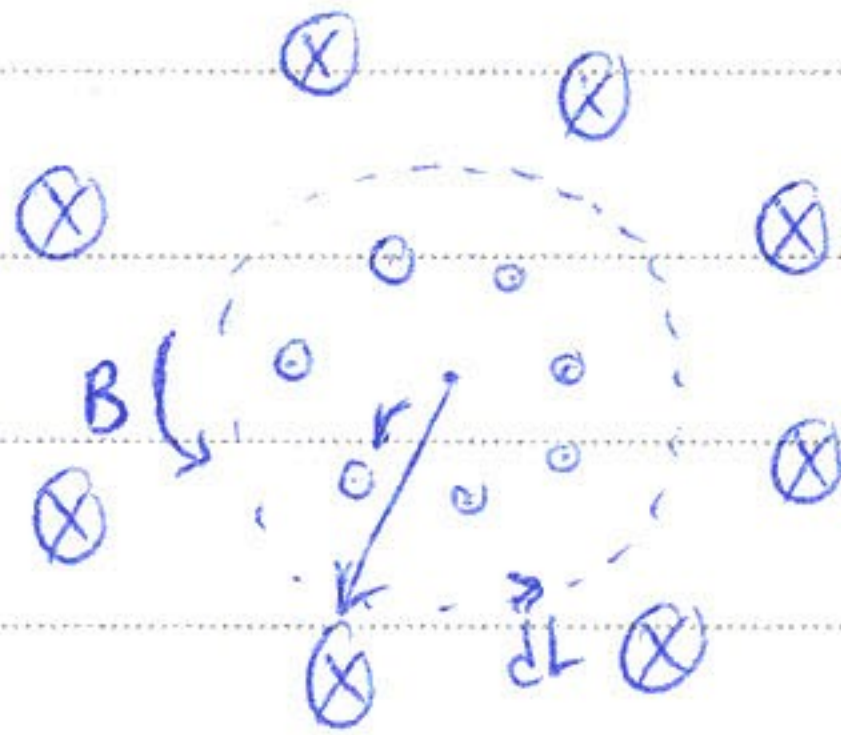


Date :



$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$$

میزان میدان را می توانیم از دو میدان جداگانه به دست آوریم.



با استفاده از قانون آمپر داریم:

$$\oint B \cdot dL = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow B \oint dL = \mu_0 I \Rightarrow B \times 2\pi r = \mu_0 NI$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$



دانشجوی خوب حامی محیط زیست