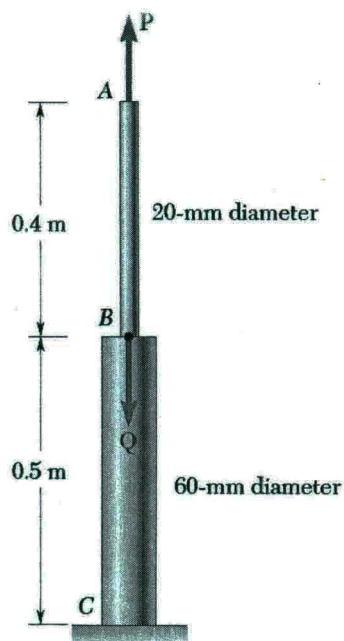


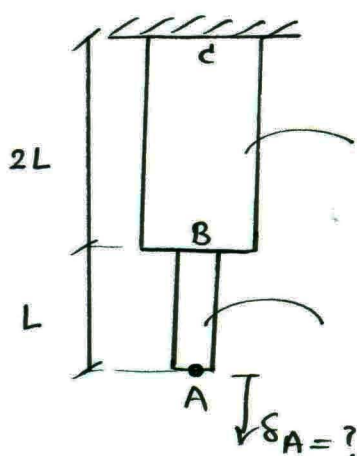


۱۹-۲ هر دو بخش میله ABC از آلومینیومی با مدول الاستیسیته $E = 70 \text{ GPa}$ ساخته شده است. چنانچه نیروی P برابر 4 kN باشد، (الف) مقدار نیروی Q را برای آنکه تغییر مکان نقطه A صفر شود بدست آورید، و (ب) تغییر مکان نقطه B را تعیین کنید.

جواب: الف - $\delta_A = 0 \rightarrow \delta_{AB} + \delta_{BC} = 0$

$$\frac{P \times 400}{\frac{\pi}{4} \times 20^2 \times 70 \times 10^3} + \frac{(P-Q) \times 500}{\frac{\pi}{4} \times 60^2 \times 70 \times 10^3} = 0 \rightarrow Q = 32.8 \text{ kN}$$

ب - $\delta_B = \delta_{BC} = \frac{(P-Q) \times 500}{\frac{\pi}{4} \times 60^2 \times 70 \times 10^3} = -0.0728 \text{ mm}$



وزن = $2w$
سطح = $2A$

وزن = w
سطح = A

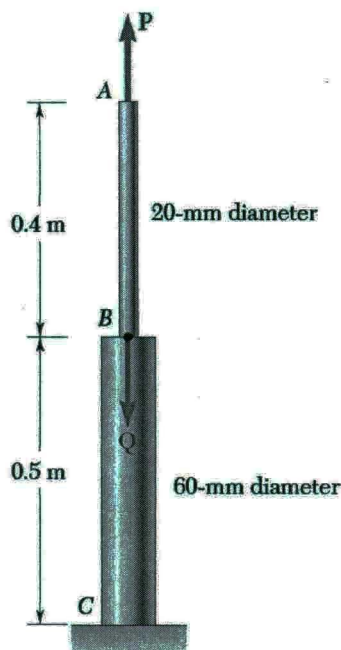
تمرین: تغییر مکان نقطه A تحت اثر وزن میله ها چقدر است؟

جواب: $\delta_A = \frac{7wL}{2AE} \downarrow$

اگر در A یک تکیه‌گاه لیر دالر داشته باشیم، واکنش آن

چقدر است؟

جواب $R_A = \frac{7}{4} w \uparrow$



۲- ۲۰ میله ABC از آلومینیومی با مدول الاستیسیته $E = 70 \text{ GPa}$ ساخته شده است. چنانچه نیروی $P = 6 \text{ kN}$ و $Q = 42 \text{ kN}$ باشد، (الف) تغییر مکان نقطه A، و (ب) تغییر مکان نقطه B را تعیین کنید.

حل: برای محاسبه تغییر مکان در میله های یک سر گیردار، کافیه نقطه ای
نگه داره راجع عنوان مرجع در تغییر فرم و تغییر مکان نقاط مختلف

را نسبت به آن محاسبه می کنیم. $\delta_A = \delta_{AB} + \delta_{BC}$

برای یک میله مشغولی و ممکن به طول L و تحت بار P : $\delta = \frac{PL}{AE}$

$$\delta_A = \frac{6000 \times 400}{\frac{\pi}{4} \times 20^2 \times 70000} + \frac{(-36000) \times 500}{\frac{\pi}{4} \times 60^2 \times 70000} = 0.01819 \text{ mm} \quad \uparrow$$

$$\delta_B = \delta_{BC} = \frac{-36000 \times 500}{\frac{\pi}{4} \times 60^2 \times 70000} = -0.0919 \text{ mm} \quad \downarrow$$

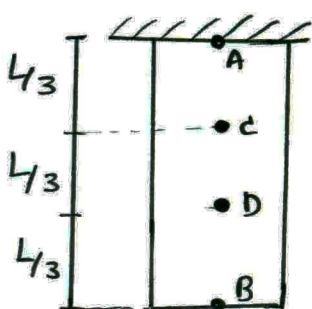
مردین: میله AB تحت اثر وزن خود قرار دارد. تغییر فاصله CD چقدر است؟

مساحت میله AB: A ، وزن W ، وزن مخصوص γ

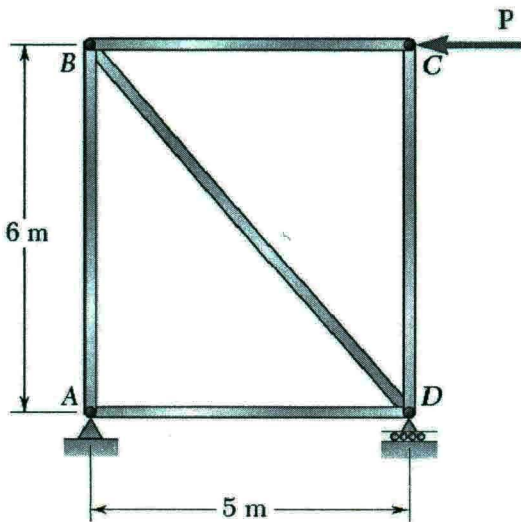
E = ثابت

$$\delta_{CD} = \frac{wL}{6AE}$$

جواب:



۲-۲ قاب فولادی که در شکل می بینید ($E = 70 \text{ GPa}$) دارای مهاربند قطری BD با سطح مقطع 1920 mm^2 است. چنانچه بیشترین تغییر طول مجاز عضو BD برابر 1.6 mm باشد، بزرگترین نیروی P را که می توان وارد کرد بدست آورید.



حل: همای نیروی P به عضو BC می رسد بنابراین از تارل بره

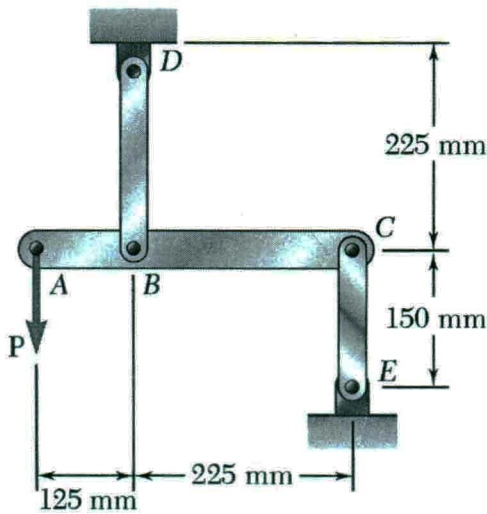
B می توان نیروی مهاربند را تعیین نمود:

$$\sum F_x = 0 \quad F \cos \alpha - P = 0$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{6}{5}\right) \rightarrow F = \frac{P}{\cos \alpha}$$

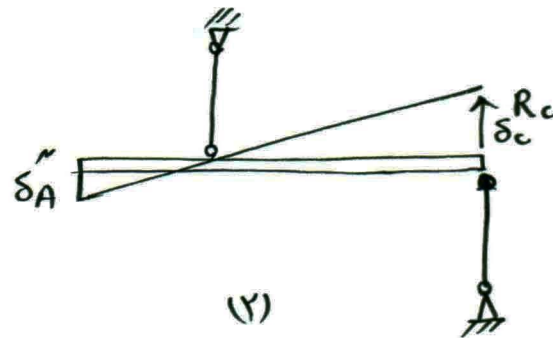
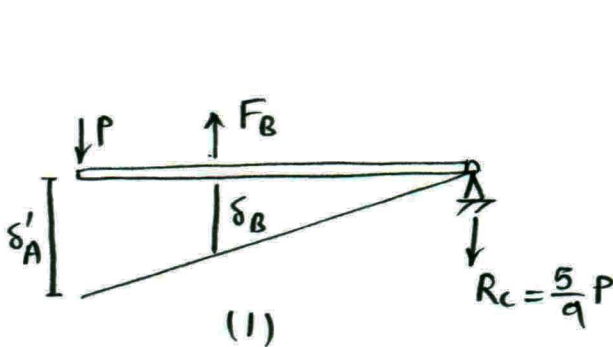
$$\Delta_{BD} = \frac{F \cdot L_{BD}}{AE} \rightarrow 1.6 = \frac{\frac{P}{\cos \alpha} \sqrt{5000^2 + 6000^2}}{1920 \times 70 \times 10^3} \rightarrow P = 50.4 \text{ kN}$$

۲-۲۷ در شکل مسئله، بازوی BD از جنس برنج ($E = 105 \text{ GPa}$) با سطح مقطع 240 mm^2 و بازوی CE از جنس آلومینیوم ($E = 72 \text{ GPa}$) با سطح مقطع 300 mm^2 است. چنانچه بیشترین تغییر مکان مجاز نقطه A برابر 0.35 mm باشد، حداکثر نیروی P را که می توان وارد کرد بدست آورید.



حل: سازه را به مجموع ۲ حالت تبدیل می کنیم. در سازه ۱

با اعمال بار R_c ، مانع از جابجایی نقطه C می شویم. در این حالت δ'_A را به دست می آوریم. سپس در سازه ۲ بار R_c را به عکس ولگرد می کنیم و مجدداً δ''_A را به دست می آوریم. δ_A مجموع ۲ حالت فوق است.



سازه (۱) $\sum F_y = 0 \uparrow + F_B - P - R_c = 0$, $\sum M_c = 0 \uparrow : 225 F_B - 350 P = 0$

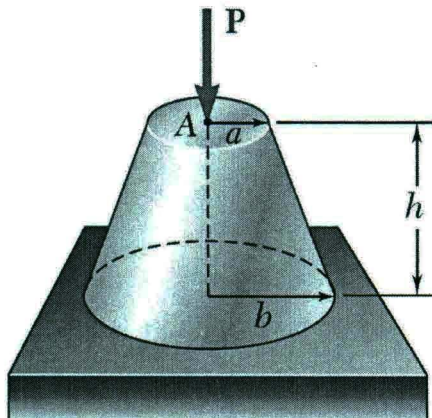
$\rightarrow F_B = \frac{14}{9} P \rightarrow \delta_B = \frac{F_B L}{AE} = \frac{\frac{14}{9} P \times 225}{240 \times 105 \times 10^3}$ $\xrightarrow[\text{مشابه}]{\text{نسبت}}$ $\delta'_A = \frac{350}{225} \delta_B$

$\rightarrow \delta'_A = \frac{(\frac{14}{9})^2 P \times 225}{240 \times 105 \times 10^3}$

سازه (۲) $\delta_c = \frac{R_c L}{AE} = \frac{\frac{5}{9} P \times 150}{300 \times 72 \times 10^3}$ $\xrightarrow[\text{مشابه}]{\text{نسبت}}$ $\delta''_A = \frac{125}{225} \delta_c = \frac{5}{9} \delta_c$

$\rightarrow \delta''_A = \frac{(\frac{5}{9})^2 P \times 150}{300 \times 72 \times 10^3}$

$\delta_A = \delta'_A + \delta''_A = 0.35 \text{ mm} \rightarrow P = 14.74 \text{ kN}$ تغییر مکان مجاز A، 0.35 mm است بنابراین



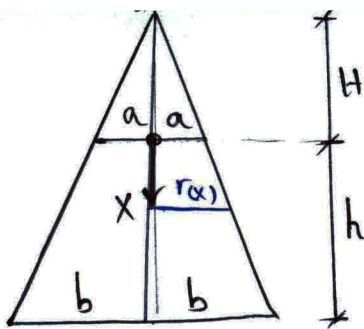
۲-۲۹ در شکل زیر یک مخروط ناقص با ارتفاع h ، شعاع مقطع بالایی a و شعاع مقطع پایینی b را می بینید که بار عمودی P به مرکز مقطع بالایی آن وارد می شود. اگر مدول الاستیسیته مخروط را با E نمایش دهیم و از وزن آن چشم پوشی شود، تغییر مکان نقطه A را تعیین کنید.

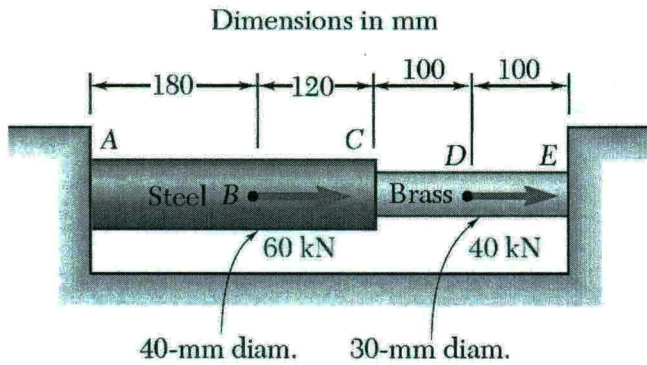
حل:
$$\Delta = \int_0^h \frac{P dx}{A(x) E} = \frac{P}{E} \int_0^h \frac{dx}{A(x)}$$

در مقطع به فاصله x مساحت برابر است با: $A(x) = \pi r^2(x)$

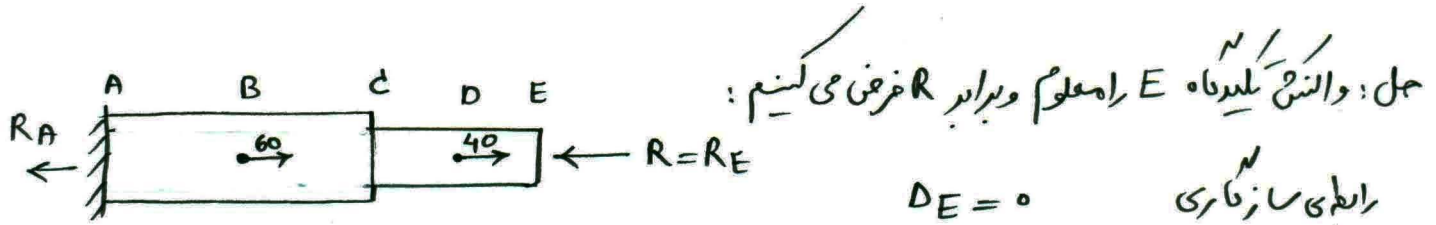
همین
$$r(x) = a + \frac{b-a}{h} x$$

بنابراین
$$\Delta = \frac{P}{E} \int_0^h \frac{dx}{\pi \left(a + \frac{b-a}{h} x\right)^2} = \frac{Ph}{\pi E ab}$$





۲-۴۱ میل فولادی AC با مدول الاستیسیته $E_s = 200 \text{ GPa}$ و
میل برنجی CE با مدول الاستیسیته $E_b = 105 \text{ GPa}$ در نقطه
C به هم متصل شده اند و بین دو تکیه گاه صلب A و E قرار
گرفته اند. (الف) عکس العمل در نقاط A و E را تعیین کنید، و
(ب) تغییر مکان نقطه C را بدست آورید.



تغییر مکان میل ها تحت بار خارجی

$$\Delta_{\text{bar}} = \Delta_{DE} + \Delta_{CD} + \Delta_{BC} + \Delta_{AB}$$

$$\Delta_{\text{bar}} = \frac{40 \times 10^3 \times 100}{\frac{\pi}{4} \times 30^2 \times 105 \times 10^3} + \frac{40 \times 10^3 \times 120}{\frac{\pi}{4} \times 40^2 \times 200 \times 10^3} + \frac{100 \times 10^3 \times 180}{\frac{\pi}{4} \times 40^2 \times 200 \times 10^3}$$

تغییر مکان ناشی از واکنش R

$$\Delta_R = \frac{R \times 200}{\frac{\pi}{4} \times 30^2 \times 105 \times 10^3} + \frac{R \times 300}{\frac{\pi}{4} \times 40^2 \times 200 \times 10^3}$$

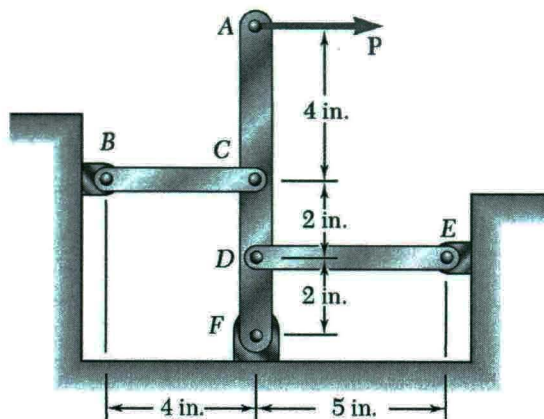
$$\Delta_E = \Delta_{\text{bar}} + \Delta_R = 0 \rightarrow R = 54.5^{\text{KN}} = R_E$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_A + R_E - 60 - 40 = 0 \rightarrow R_A = 45.5^{\text{KN}}$$

تغییر مکان در C:

$$\Delta_C = \Delta_{BC} + \Delta_{AB} = \frac{-14.5 \times 10^3 \times 120}{\frac{\pi}{4} \times 40^2 \times 200 \times 10^3} + \frac{45.5 \times 10^3 \times 180}{\frac{\pi}{4} \times 40^2 \times 200 \times 10^3}$$

$$\Delta_C = 46.3 \times 10^{-3} \text{ mm} = 46.3 \mu\text{m}$$

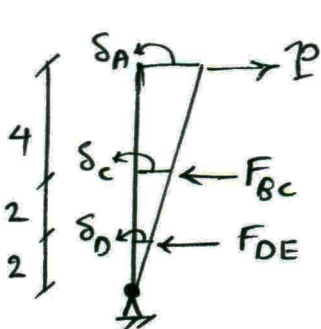


۲-۴۶ میله های BC و DE هر دو با سطح مقطع چهار گوش $0.5 \times 0.5 \text{ in}$ و از جنس فولاد ($E = 29 \text{ psi}$) هستند. چنانچه نیروی $P = 600 \text{ lb}$ به نقطه A از میله صلب AF وارد شود، (الف) نیرو در هر یک از میله های BC و DE را تعیین کنید، و (ب) تغییر مکان نقطه A را بدست آورید.

$$E = 29 \times 10^6 \text{ psi}$$

حل: سازه یک درجه نامعین است زیرا تنها یک معادله $\sum M_F = 0$ می توان نوشت درحالی که دو مجهول داریم: F_{DE}, F_{BC} بنابراین باسی رابطه ی سازگاری تغییر شکل ها را نیز در معادلات وارد می خوریم.

(الف) رابطه ی تارک: $\sum M_F = 0 \Rightarrow 8P - 4F_{BC} - 2F_{DE} = 0 \Rightarrow 2F_{BC} + F_{DE} = 4P$ ①



$$\frac{\delta_D}{2} = \frac{\delta_C}{4} = \frac{\delta_A}{8}$$

(ب) رابطه ی سازگاری:

$$\delta_C = 2\delta_D \Rightarrow \frac{F_{BC} \times 4}{(AE)_s} = \frac{F_{DE} \times 5}{(AE)_s}$$

$$\Rightarrow F_{BC} = 2.5 F_{DE}$$
 ②

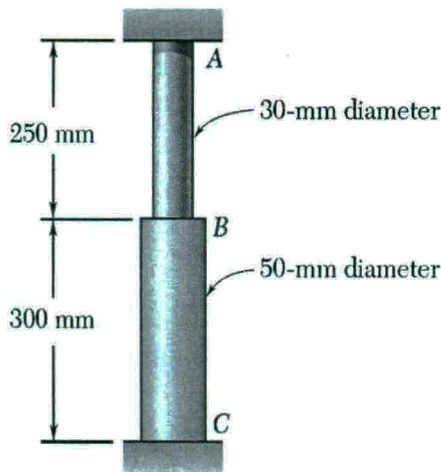
①, ② $\xrightarrow{P=600 \text{ lb}}$

$F_{BC} = 1000 \text{ lb}$ کشش

$F_{DE} = 400 \text{ lb}$ فشاری

$$\delta_D = \frac{F_{DE} L}{AE} = \frac{400 \times 5}{0.5^2 \times 29 \times 10^6} = 0.276 \times 10^{-3} \text{ in}$$

$$\delta_A = 4\delta_D = 1.104 \times 10^{-3} \text{ in}$$

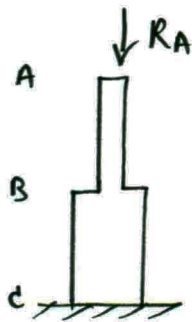


۵۱-۲ دو سر میله متشکل از دو بخش استوانه‌ای AB و BC بین دو تکیه‌گاه صلب محصور شده است. جنس بخش AB از فولاد و جنس بخش BC از برنج است. چنانچه تنش اولیه در میله برابر صفر باشد، نیروی فشاری ایجاد شده در میله ABC را در اثر افزایش دمای 50°C محاسبه کنید.

فولاد: $(E_s = 200 \text{ GPa}, \alpha_s = 11.7 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}})$

برنج: $(E_b = 105 \text{ GPa}, \alpha_s = 20.9 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}})$

حل: در اثر افزایش دما، میله AB و BC تمایل به ازدیاد طول دارند اما تنش کشنده R_A مانع آن می‌شود.



به ازای تغییر دمای ΔT ، افزایش طول برابر $\Delta = \alpha L \Delta T$ می‌باشد.

$$\Delta_{AB} = 11.7 \times 10^{-6} \times 250 \times 50 = 146.250 \times 10^{-3} \uparrow \text{ به سمت بالا}$$

$$\Delta_{BC} = 20.9 \times 10^{-6} \times 300 \times 50 = 313.500 \times 10^{-3} \uparrow \text{ به سمت بالا}$$

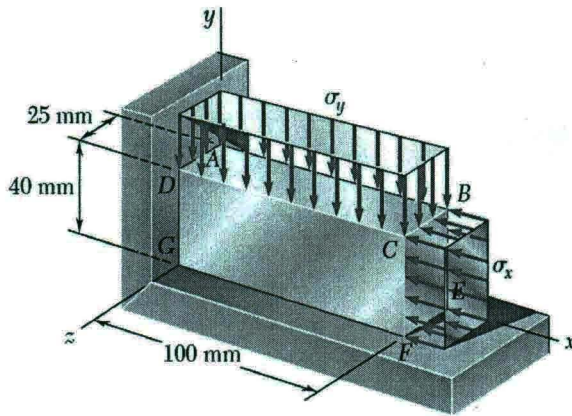
اگر نیروی P (در اینجا واکنش R) به انتهای میله با مقطع ثابت A وارد شود آنگاه:

$$\Delta = \frac{PL}{AE}$$

بنابراین واکنش R_A را برای ترمیم Δ_R به سمت پایین است و داریم:

$$\Delta_R = \frac{R_A \times 250}{\frac{\pi}{4} \times 30^2 \times 200 \times 10^3} + \frac{R_A \times 300}{\frac{\pi}{4} \times 50^2 \times 105 \times 10^3} = \frac{R_A}{310.063 \times 10^3} \downarrow \text{ به سمت پایین}$$

$$\sum \Delta = 0 \rightarrow \Delta_{AB} + \Delta_{BC} - \Delta_R = 0 \rightarrow R_A = 142.6 \text{ kN}$$



۶۷-۲ مکعبی که در شکل می بینید از یک آلیاژ آلومینیوم ساخته شده است. چنانچه $\sigma_x = -180 \text{ MPa}$ باشد، (الف) مقدار σ_y را به گونه ای تعیین کنید که تغییر ارتفاع مکعب برابر صفر شود. (ب) تغییر مساحت وجه ABCD، و (ج) تغییر حجم مکعب را بدست آورید. ($E = 45 \text{ GPa}$, $\nu = 0.35$)

حل: الف - با توجه به اینکه تغییر ارتفاع نداریم ($\epsilon_y = 0$) پس:

(برابر عدم وجود تنش در راستای z $\sigma_z = 0$)

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z)) = 0$$

$$\sigma_y = \nu \sigma_x = 0.35 (-180) = -63 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) = \frac{1}{45 \times 10^3} (-180 + 0.35 \times 63) = -3.51 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_z = \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) = -\frac{0.35}{45 \times 10^3} (-180 - 63) = +1.89 \times 10^{-3}$$

ب- برای محاسبه تغییر سطح داریم: (x, z تغییر می کنند و y ثابت است) $A = x \cdot z$ سطح اولیه

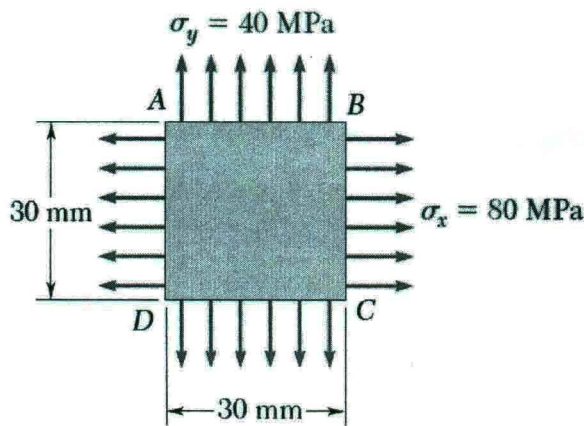
$$A' = x (1 + \epsilon_x) \cdot z (1 + \epsilon_z) = x \cdot z (1 + \epsilon_x + \epsilon_z + \epsilon_x \epsilon_z)$$

$$\Delta A = A' - A = x \cdot z (\epsilon_x + \epsilon_z) \rightarrow \frac{\Delta A}{A} = \epsilon_x + \epsilon_z \quad \text{کرنش سطحی}$$

$$\Delta A = (\epsilon_x + \epsilon_z) A = (-3.51 \times 10^{-3} + 1.89 \times 10^{-3}) (100 \times 25) = -4.05 \text{ mm}^2$$

ج- برای محاسبه تغییر حجم از رابطه کرنش حجمی داریم: $e = e_x + e_y + e_z = -1.62 \times 10^{-3}$

$$\Delta V = e V_0 = -1.62 \times 10^{-3} \times (25 \times 100 \times 40) = -162 \text{ mm}^3$$



۶۸-۲ برای مربع تحت تنش های نشان داده شده، (الف) تغییر طول ضلع AB، (ب) تغییر طول ضلع BC، و (ج) تغییر طول قطر AC را بدست آورید. ($E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0.30$)

حل: مسأله از نوع تنش مسطح است.

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) = \frac{80 - 0.3 \times 40}{200 \times 10^3} = 340 \times 10^{-6}$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) = \frac{40 - 0.3 \times 80}{200 \times 10^3} = 80 \times 10^{-6}$$

$$\delta_{AB} = \epsilon_x \cdot L_{AB} = 340 \times 10^{-6} \times 30 = 10.20 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\delta_{BC} = \epsilon_y \cdot L_{BC} = 80 \times 10^{-6} \times 30 = 2.40 \text{ } \mu\text{m}$$

$$L_{AC}^2 = L_{AB}^2 + L_{BC}^2$$

برای محاسبه تغییر مقدار می توان از رابطه ریاضی اضلاع استفاده نمود:

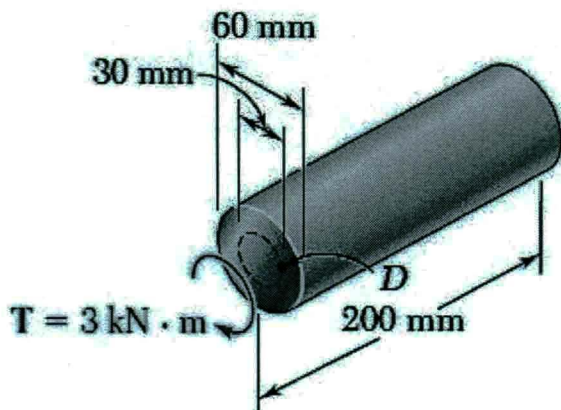
$$L_{AC} \Delta L_{AC} = L_{AB} \Delta L_{AB} + L_{BC} \Delta L_{BC}$$

برای تغییرات اندک گرفتن داریم:

$$L_{AC} \delta_{AC} = L_{AB} \delta_{AB} + L_{BC} \delta_{BC} \rightarrow \delta_{AC} = \frac{L_{AB}}{L_{AC}} \delta_{AB} + \frac{L_{BC}}{L_{AC}} \delta_{BC}$$

$$\delta_{AC} = \frac{30}{30\sqrt{2}} (10.20 \times 10^{-6}) + \frac{30}{30\sqrt{2}} (2.40 \times 10^{-6}) = 8.91 \times 10^{-6} \text{ m}$$

۳-۵ گشتاور پیچشی $T = 3 \text{ kN.m}$ به شافت برنزی توپری که در شکل می بینید وارد می شود. (الف) بیشترین تنش برشی در شافت را تعیین کنید، (ب) تنش برشی در نقطه D که روی دایره ای با شعاع 15 mm وارد می شود را محاسبه کنید، و (ج) بخشی از گشتاور پیچشی که توسط هسته داخلی با شعاع 15 mm تحمل می شود را بدست آورید.



حل:

الف -
$$\tau_{max} = \frac{T \cdot r_{max}}{J} = \frac{T \cdot r}{\frac{\pi}{2} \cdot r^4} = \frac{3 \times 10^6 \times 30}{\frac{\pi}{2} \times 30^4} = 70.7 \text{ MPa}$$

ب - در مقاطع دایره ای، تنش برشی متناسب با فاصله از مرکز سطح، افزایش می دهد بنابراین:

$$\frac{\tau_D}{\tau_{max}} = \frac{r_D}{r_{max}} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} \rightarrow \tau_D = 35.35 \text{ MPa}$$

ج - از تساوی زاویه دوران در مقاطع مختلف، سهم نگر قابل تحمل هر یک قابل محاسب است.

$$\phi = \frac{TL}{GJ} = \frac{T}{\frac{GJ}{L}} = \frac{T}{K_t} \quad K_t = \frac{GJ}{L} \text{ سختی پیچشی}$$

برای یک میل $\frac{G}{L}$ ثابت است بنابراین با مقایسه J های هر دو سهم T را تعیین نمود.

$$\phi_1 = \phi_2 \rightarrow \frac{T_1}{\frac{GJ_1}{L}} = \frac{T_{total}}{\frac{GJ_{total}}{L}} \xrightarrow{\frac{G}{L} = \text{ثابت}} \frac{T_1}{J_1} = \frac{T_{total}}{J_{total}} \quad , \quad J = \frac{\pi}{2} r^4$$

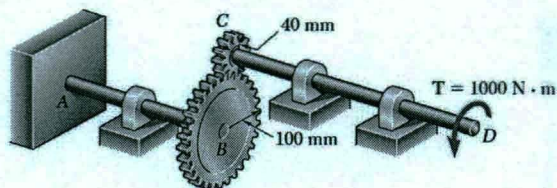
$$\rightarrow \frac{T_1}{T_{total}} = \frac{J_1}{J_{total}} = \frac{r_1^4}{r^4} \rightarrow T_1 = \left(\frac{r_1}{r}\right)^4 T = \left(\frac{15}{30}\right)^4 T = \frac{T}{16} = 0.625 T$$

$$\rightarrow T_1 = 6.25 \% T$$

۲۱-۳ مطابق شکل، گشتاور پیچشی $T = 1000 \text{ N.m}$ در D وارد می شود. چنانچه قطر شافت AB و CD به ترتیب 56 و 42

میلیمتر باشد، بیشترین تنش برشی در هر یک از شافت ها را بدست

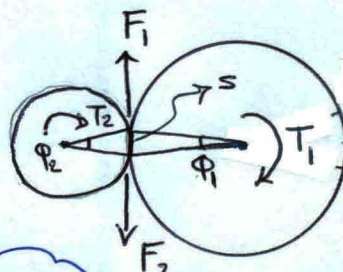
آورید.



$$T_1 = r_1 \cdot F_1 \quad T_2 = r_2 \cdot F_2$$

$$F_1 = F_2 \text{ نیروی تماس} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad (1)$$

$$S = S \text{ طول قوس} \rightarrow r_1 \phi_1 = r_2 \phi_2 \rightarrow \frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (2) \text{ روابط فوق بسیار مهم اند.}$$



$$T_{CD} = T = 1000 \text{ N.m} \rightarrow \tau_{max} = \frac{T_{CD} r_{CD}}{J_{CD}} = \frac{1000 \times 10 \times 21}{\frac{\pi}{2} \times 21^4} = 72.5 \text{ MPa}$$

$$\frac{T_{AB}}{T_{CD}} = \frac{r_{AB}}{r_{CD}} = \frac{100}{40} = 2.5 \rightarrow T_{AB} = 2500 \text{ N.m}$$

$$\rightarrow \tau_{max} = \frac{T_{AB} \cdot r_{AB}}{J_{AB}} = \frac{2500 \times 10 \times 50}{\frac{\pi}{2} \times 50^4} = 68.7 \text{ MPa}$$

پسین: دوران نقطه D چقدر است؟

$$\phi_D = \phi_{D/C} + \phi_{C/B}$$

حل: راههای دوران شافت CD بصورت مقابل است.

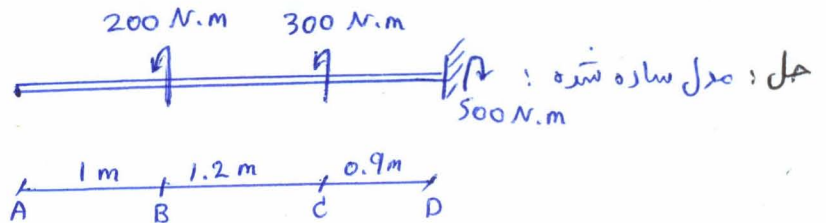
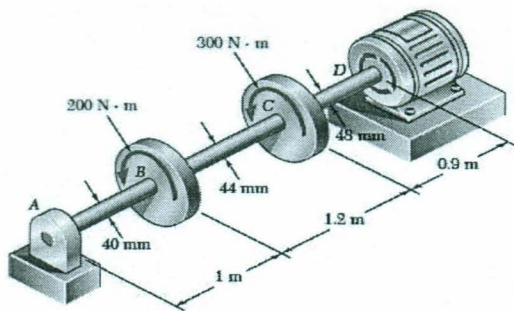
$$\phi_{B/A} = \frac{T_{AB} L_{AB}}{(GJ)_{AB}} = ?$$

$\phi_{C/B}$ را باید نسبت به $\phi_{B/A}$ بدست آورد.

$$\frac{\phi_{C/B}}{\phi_{B/A}} = \frac{r_B}{r_C} \rightarrow \phi_{C/B} = ?$$

$$\phi_{D/C} = \frac{T_{CD} L_{CD}}{(GJ)_{CD}} = ?$$

۳-۳۵ یک موتور الکتریکی، گشتاور پیچشی 500 N.m را در یک سرعت ثابت به شافت آلومینیومی ABCD وارد می کند. چنانچه $G = 27 \text{ GPa}$ باشد، زاویه پیچش بین (الف) B و C، و (ب) B و D را تعیین کنید.



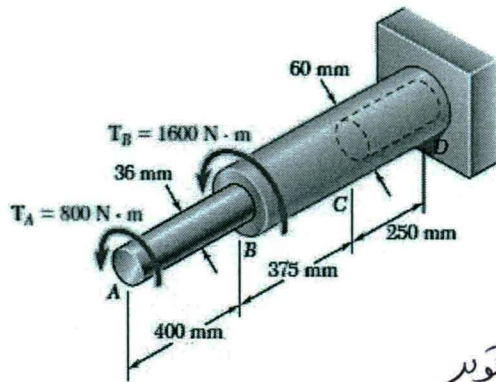
$$\phi_{B/C} = \frac{T_{BC} L_{BC}}{G J_{BC}} = \frac{200 \times 10^3 \times 1200}{27 \times 10^3 \times \frac{\pi}{2} \times 22^4} = 1.384^\circ$$

الف -

$$\phi_{B/D} = \frac{T_{CD} L_{CD}}{G J_{CD}} = \frac{500 \times 10^3 \times 900}{27 \times 10^3 \times \frac{\pi}{2} \times 24^4} = 1.836^\circ$$

ب -

$$\phi_{B/D} = \phi_{B/C} + \phi_{C/D} = 3.22^\circ$$



۳-۳۸ میله آلومینیومی AB با مدول برشی $G = 27 \text{ GP}$ به میله برنجی BD با مدول برشی $G = 39 \text{ GP}$ چسبیده است. چنانچه بخش CD میله برنجی، توخالی و قطر داخلی آن 40 mm باشد، زاویه پیچش سر A را تعیین کنید.

$$J = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32}$$

حل:

$$J = \frac{\pi}{2} (r_{out}^4 - r_{in}^4) = \frac{\pi}{32} (d_{out}^4 - d_{in}^4)$$

$$\phi_A = \phi_{A/B} + \phi_{B/C} + \phi_{C/D} \quad (+)$$

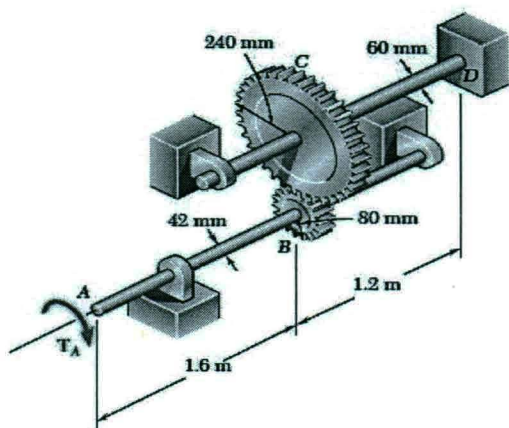
$$T_{AB} = 800 \text{ N.m} \quad T_{BC} = T_{CD} = 2400 \text{ N.m}$$

$$\phi_{A/B} = \frac{800 \times 10^3 \times 400}{39 \times 10^3 \times \frac{\pi}{32} (36)^4} = ?$$

$$\phi_{B/C} = \frac{2400 \times 10^3 \times 375}{39 \times 10^3 \times \frac{\pi}{32} (60)^4} = ?$$

$$\phi_{C/D} = \frac{2400 \times 10^3 \times 250}{39 \times 10^3 \times \frac{\pi}{32} (60^4 - 40^4)} = ?$$

$$(+ \rightarrow) \phi_A = 6.02^\circ$$



۳-۴۲ مطابق شکل، دو شافت فولادی توپُر توسط دو چرخ دنده با یکدیگر درگیر شده اند. چنانچه مدول برشی شافت ها $G = 77.2 \text{ GP}$ باشد و گشتاور پیچ $T_A = 1200 \text{ N.m}$ به سر A وارد شود، زاویه پیچش آن را تعیین کنید.

$$\phi_A = \phi_{A/B} + \phi_{B/C} \quad \text{حل:}$$

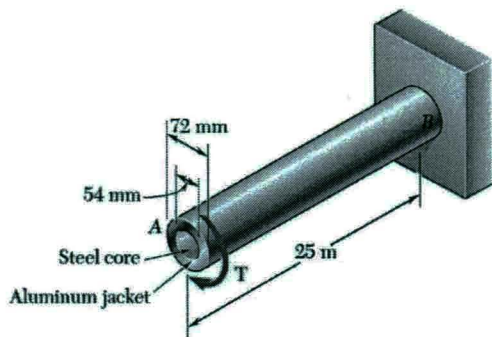
$$T_A = T_B = 1200 \text{ N.m} \quad T_C = \frac{r_c}{r_B} T_B = \frac{240}{80} \times 1200 = 3600 \text{ N.m}$$

$$\phi_{C/D} = \frac{T_C \cdot L_{CD}}{G J_{CD}} = \frac{3600 \times 10^3 \times 1200}{77.2 \times 10^3 \times \frac{\pi}{2} (30)^4} = 0.0440 \text{ rad} = 2.52^\circ$$

$$\phi_{B/C} = \frac{r_c}{r_B} \phi_{C/D} = 7.56^\circ$$

$$\phi_{A/B} = \frac{T_A \cdot L_{AB}}{G J_{AB}} = \frac{1200 \times 10^3 \times 1600}{77.2 \times 10^3 \times \frac{\pi}{2} (21)^4} = 0.0815 \text{ rad} = 4.70^\circ$$

$$\phi_A = 7.56^\circ + 4.70^\circ = 12.26^\circ$$



۳- ۵۱ گشتاور پیچشی $T = 4 \text{ kN.m}$ به سر A از شافت مرکب زیر وارد میشود. (الف) بیشترین تنش برشی در هسته فولادی، (ب) بیشترین تنش برشی در پوسته آلومینیومی، و (ج) زاویه پیچش در A را بدست آورید.

$$G_{st} = 77 \text{ GPa} \quad G_{al} = 27 \text{ GPa}$$

حل: رابطه نگرها: $T = T_{st} + T_{al} = 4000 \text{ N.m} \quad (1)$

رابطه‌ی سازگاری دوران‌ها: $(L \text{ ثابت است})$

$$\phi_{st} = \phi_{al} \rightarrow \frac{T_{st} \cdot L}{G_{st} \cdot J_{st}} = \frac{T_{al} \cdot L}{G_{al} \cdot J_{al}}$$

$$\rightarrow \frac{T_{st}}{T_{al}} = \frac{G_{st}}{G_{al}} \times \frac{J_{st}}{J_{al}} = \frac{77}{27} \times \frac{\frac{\pi}{32} (54)^4}{\frac{\pi}{32} (72^4 - 54^4)} = 1.32 \quad (2)$$

از حل رابطه‌ی (۱)، (۲) داریم: $T_{st} = 2275.86 \text{ N.m}$ ، $T_{al} = 1724.14 \text{ N.m}$

$$\tau_{st} = \frac{T_{st} \cdot r}{J_{st}} = \frac{2275.86 \times 10^6 \times 27}{\frac{\pi}{2} \times 27^4} = 73.6 \text{ MPa}$$

$$\tau_{al} = \frac{T_{al} \cdot r}{J_{al}} = \frac{1724.14 \times 10^6 \times 36}{\frac{\pi}{2} (36^4 - 27^4)} = 34.4 \text{ MPa}$$

$$\phi_A = \phi_{st} = \phi_{al} = \frac{T_{st} \cdot L}{G_{st} \cdot J_{st}} = \frac{2275.86 \times 10^6 \times 25000}{77 \times 10^3 \times \frac{\pi}{2} \times 27^4} = 0.08844 \text{ rad} = 5.07^\circ$$

۱۲۳-۳ چنانچه گشتاور پیچشی $T = 1.8 \text{ kN.m}$ به میله آلومینیومی وارد شود، بیشترین تنش برشی و زاویه پیچش سر B را برای هر یک از میله ها بدست آورید.

$$(G = 26 \text{ GPa})$$

$$\tau_{\max} = \frac{T}{c_1 a b^2} \quad , \quad \phi = \frac{T L}{c_2 a b^3 G} \quad (a > b) \quad \text{حدا}$$

$$\text{الف - } a = b = 60 \text{ mm} \rightarrow c_1 = 0.208, c_2 = 0.1406$$

$$\phi = \frac{1.8 \times 10^6 \times 300}{0.1406 \times 60^3 \times 26 \times 10^3} = 0.653^\circ$$

$$\tau_{\max} = \frac{1.8 \times 10^6}{0.208 \times 60^2} = 40.1 \text{ MPa}$$

$$\text{ب - } a = 95 \text{ mm}, b = 38 \text{ mm} \rightarrow c_1 = 0.258, c_2 = 0.249$$

$$\phi = \frac{1.8 \times 10^6 \times 300}{0.249 \times 95 \times 38^3 \times 26 \times 10^3} = 0.917^\circ$$

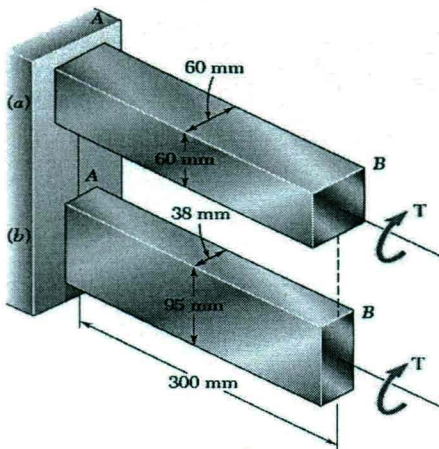
$$\tau_{\max} = \frac{1.8 \times 10^6}{0.258 \times 95 \times 38^2} = 50.9 \text{ MPa}$$

$$\text{نکته: برای } \frac{a}{b} \geq 5 \text{ داریم } c_1 = c_2 = \frac{1}{3} (1 - 0.63 \frac{b}{a})$$

$$\text{برای } \frac{a}{b} \geq 10 \text{ داریم } c_1 = c_2 = \frac{1}{3} \text{ که در مقاطع جدار نازک باز استفاده می شود.}$$

نکته: در مقطع مستطیلی، تنش بیشترین در وسط مقطع بزرگترین رخ می دهد (مقطع a).

نکته: در مقاطع جدار نازک باز، بیشترین تنش در بیشترین ضخامت رخ می دهد.

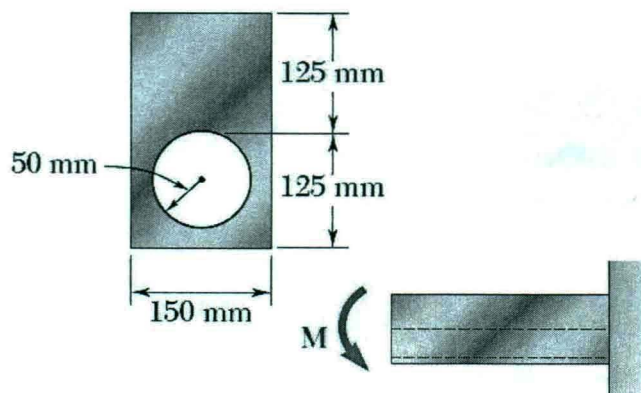


۴-۱۹ برای تیری که در شکل می بینید، چنانچه بیشترین

تنش کششی مجاز 120 MPa و بیشترین تنش فشاری

مجاز 150 MPa باشد، بزرگترین کوپل M را که میتوان

به آن وارد کرد بیابید.



$$\bar{y} = \frac{150 \times 250 \times 125 - \pi \times 50^2 \times 75}{150 \times 250 - \pi \times 50^2} = 138 \text{ mm}$$

حل:

$$I_x = \frac{150 \times 250^3}{12} + 150 \times 250 \times (125 - 138)^2 - \left(\frac{\pi}{4} \times 50^4 + \pi \times 50^2 \times (75 - 138)^2 \right)$$

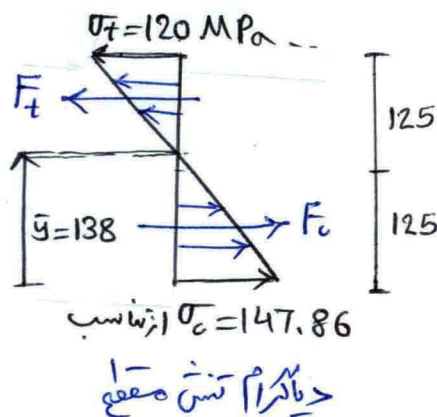
$$I_x = 165,587,100 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_t = \frac{M(h - \bar{y})}{I_x} \leq \sigma_{all}^t \rightarrow \frac{M(250 - 138)}{165,587,100} \leq 120 \rightarrow M \leq 177.41 \text{ kN.m}$$

$$\sigma_c = \frac{M\bar{y}}{I_x} \leq \sigma_{all}^c \rightarrow \frac{M \times 138}{165,587,100} \leq 150 \rightarrow M \leq 179.99 \text{ kN.m}$$

بنابراین $M = 177.41 \text{ kN.m}$ مجاز، تنش کششی کنترل کننده است.

تمرین: مقدار نیرویی که توسط ممّت کششی مقطع (ممّت با ۷۰) تحمل می شود را ترمیم به M مجاز حیدر است؟



$$F_t = A \cdot \sigma_t = \text{حجم بلور تنش} \quad \text{بالای مقطع}$$

$$F_t = 112 \times 150 \times \frac{120}{2} \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 1008 \text{ kN}$$

$$F_c = F_t = 1008 \text{ kN} \quad (\Sigma F_x = 0)$$

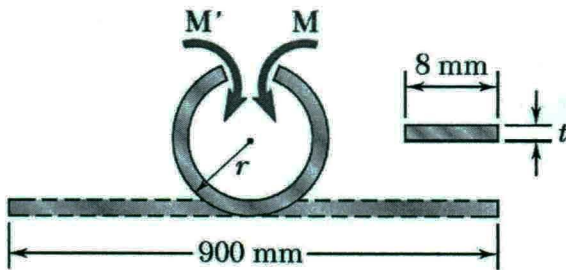
فاصله F_t تا F_c حیدر است؟

$$M = F_c \cdot d = F_t \cdot d \rightarrow d = \frac{M}{F_t} = \frac{177.41 \text{ kN.m}}{1008 \text{ kN}} = 176 \text{ mm}$$

فاصله F_c از مرکز ثقل حیدر است؟ چون F_t در فاصله $\frac{1}{3}$ از ارتفاع بلور تنش یعنی $\frac{1}{3} \times 112 = 37.3 \text{ mm}$ است پس

فاصله F_c از تار فشاری و این $250 - d - 37.3 = 36.7 \text{ mm}$ باشد. بنابراین تا مرکز ثقل 101.3 mm فاصله دارد

۴-۲۳ یک نوار فولادی به طول 900 mm با اعمال دو کوپل به گونه‌ای که در شکل می‌بینید، به صورت یک دایره کامل در آمده است. (الف) چنانچه تنش مجاز این فولاد 420 MPa باشد، بیشترین ضخامت t را تعیین کنید، و (ب) گشتاور M کوپل وارد به تیغه را در این حالت بدست آورید. $E = 200 \text{ GPa}$ است.



حل: $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \xrightarrow{p=r} M = \frac{EI}{r} \quad (1), \quad \sigma = \frac{Mc}{I} \rightarrow M = \frac{\sigma I}{c} \quad (2)$

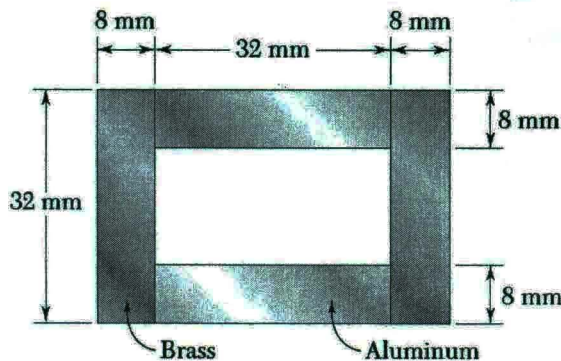
$$L = 2\pi r \rightarrow r = \frac{L}{2\pi} = \frac{900}{2\pi} = 143.31 \text{ mm}$$

$$(1) = (2) \rightarrow \frac{EI}{r} = \frac{\sigma I}{c} \xrightarrow[\text{ضرب}]{\text{حذف } I} \frac{200 \times 10^3}{143.31} = \frac{420}{\frac{t}{2}} \rightarrow t = 0.602 \text{ mm}$$

$$M = \frac{EI}{r} = \frac{200 \times 10^3 \times \frac{2}{3} \times 0.602^3}{143.31} = 203 \text{ N.m}$$

$$I = \frac{8t^3}{12} = \frac{2}{3} t^3$$

	Aluminum	Brass
Modulus of elasticity	70 GPa	105 GPa
Allowable stress	100 MPa	160 MPa



۴-۳۴ تیری که سطح مقطع آن را در شکل می بینید از میله های آلومینیومی و برنجی ساخته شده است. با استفاده از داده های جدول، بیشترین گشتاور خمشی مجاز را هنگامی که این تیر حول محور افقی آن خم می شود تعیین کنید.

حل: مقطع برنجی را به آلومینوم تبدیل می کنیم.

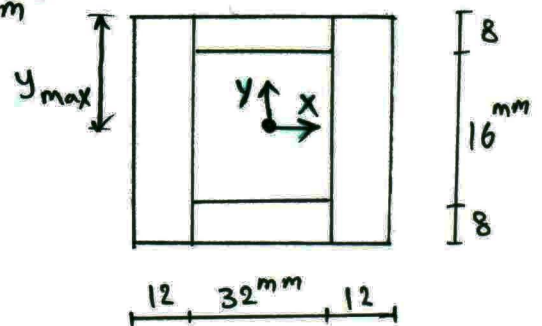
$$n = \frac{E_{Br}}{E_{Al}} = \frac{105}{70} = 1.5$$

برای اداام محاسبات، عرض مقاطع برنجی را ۱.۵ برابر فرض می کنیم:

$$I_x = \frac{56 \times 32^3}{12} - \frac{32 \times 16^3}{12} = 141994.67 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{Al} = \frac{M y_{max}}{I_x} = \sigma_{max, Al}$$

$$\frac{M \times 16}{141994.67} = 100 \rightarrow M_1 = 887 \text{ N.m}$$



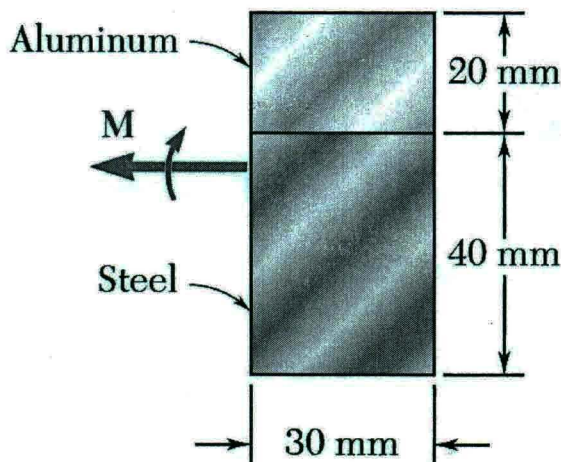
$$\sigma_{Br} = \frac{M y_{max}}{\frac{I_x}{n}} = \sigma_{max, Br}$$

$$\frac{M \times 16}{\frac{141994.67}{1.5}} = 160 \rightarrow M_2 = 947 \text{ N.m}$$

$$M = \min \{M_1, M_2\} = 887 \text{ N.m}$$

۴-۴۰ تیر مرکبی که در شکل می بینید از اتصال میله های فولادی و آلومینیومی به یکدیگر ساخته شده است. چنانچه گشتاور خمشی $M=1500 \text{ N.m}$ حول محور افقی به این تیر وارد شود، بیشترین تنش ایجاد شده در (الف) میله آلومینیومی، و (ب) میله فولادی را تعیین کنید.

($E_s = 200 \text{ GPa}$) : فولاد ($E_a = 70 \text{ GPa}$) : آلومینیوم



حل: تبدیل متغیر به جنس فولادی $n = \frac{E_a}{E_s} = \frac{70}{200} = 0.35 \rightarrow b = 30 \times 0.35 = 10.5 \text{ mm}$

$$\bar{y} = \frac{30 \times 40 \times 20 + 20 \times 10.5 \times 60}{30 \times 40 + 20 \times 10.5} = 24.3 \text{ mm}$$

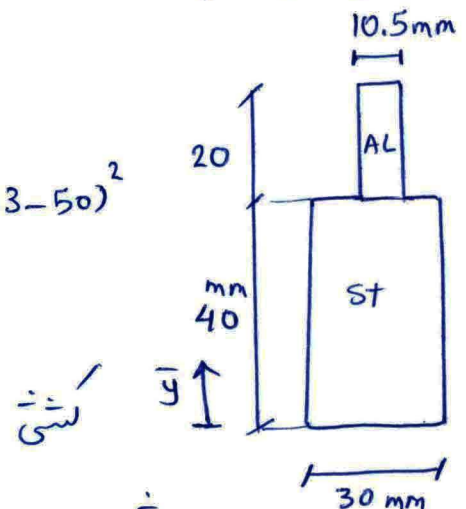
$$I = \frac{30 \times 40^3}{12} + 30 \times 40 (24.3 - 20)^2 + \frac{10.5 \times 20^3}{12} + 10.5 \times 20 (24.3 - 60)^2$$

$$I = 327896 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{\max}^t \text{ فولاد} = \frac{1500 \times 10^3 \times 24.3}{327896} = 111.16 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\max}^c \text{ فولاد} = \frac{1500 \times 10^3 \times (40 - 24.3)}{327896} = 71.82 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\max}^c \text{ آلومینیم} = \frac{1500 \times 10^3 \times (60 - 24.3)}{\frac{327896}{0.35}} = 57.16 \text{ MPa}$$



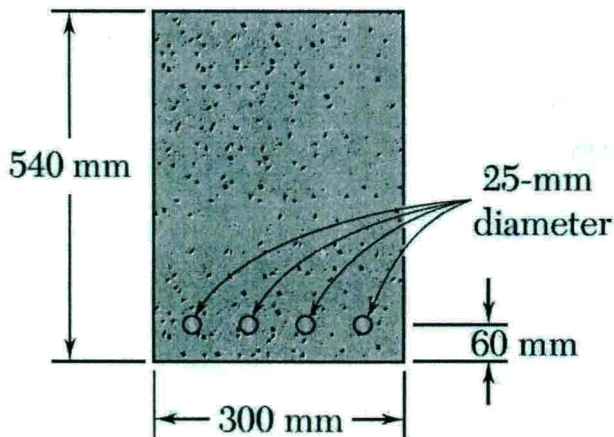
کشش

فشاری

فشاری

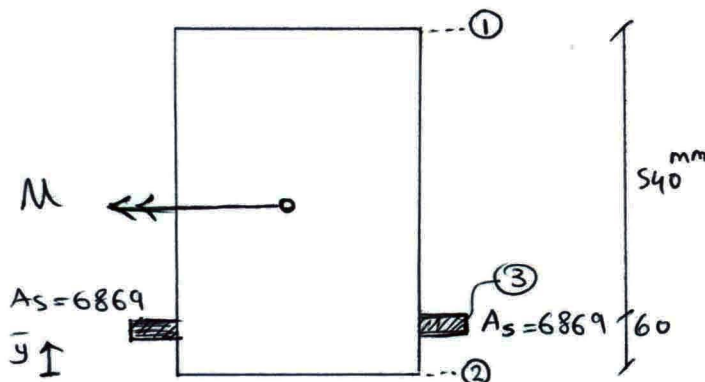
۴۷-۴ تیر بتونی مسلّحی که در شکل می بینید، تحت گشتاور خمشی مثبت 175 kN.m قرار دارد. (الف) تنش در فولاد، و (ب) بیشترین تنش در بتون را بدست آورید.

($E_s = 200 \text{ GPa}$): فولاد ($E_c = 25 \text{ GPa}$): بتون



$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200}{25} = 8 \quad \text{جواب}$$

$$A_s = 4 \times \frac{\pi}{4} \times 25^2 = 625\pi \rightarrow \left(\frac{n-1}{2}\right) A_s = \left(\frac{8-1}{2}\right) 625\pi = 6869 \text{ mm}^2$$



$$\bar{y} = \frac{300 \times 600 \times 300 + 2 \times 6869 \times 60}{300 \times 600 + 2 \times 6869} = 283 \text{ mm}$$

$$I_{tr} = \frac{300 \times 283^3}{3} + \frac{300 \times 317^3}{3}$$

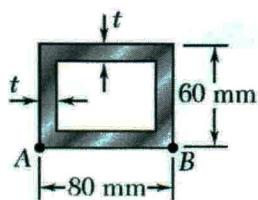
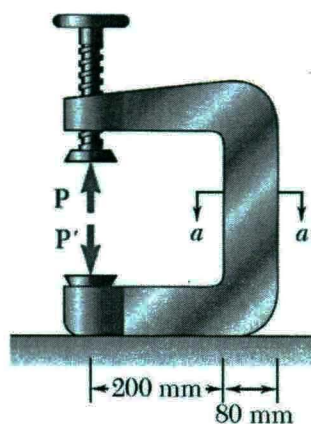
$$+ 2 \times 6869 (283 - 60)^2$$

$$I_{tr} = 6135197002 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_1 = \frac{M(h - \bar{y})}{I_{tr}} = \frac{172 \times 10^6 (600 - 283)}{6135197002} = 9.04 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{M \bar{y}}{I_{tr}} = \frac{172 \times 10^6 \times 283}{6135197002} = 8.07 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = \frac{M(\bar{y} - 60)}{\frac{I_{tr}}{n}} = \frac{172 \times 10^6 \times (283 - 60)}{\frac{6135197002}{8}} = 50.89 \text{ MPa}$$



Section a-a

۴-۱۰۲ بخش عمودی پرسی که در شکل می بینید از یک قوطی چهار گوش با ضخامت دیواره $t = 10 \text{ mm}$ ساخته شده است. چنانچه فکهای پرس را برای فشردن دو قطعه چوب که قصد چسباندن آنها به یکدیگر را داریم تا نیروی $P = 20 \text{ kN}$ سفت کنیم، تنش در (الف) نقطه A، و (ب) نقطه B را تعیین کنید.

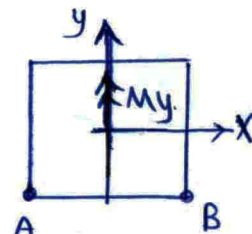
حل: اگر بار P را به مرکز قوطی انتقال دهیم تنش M تولید می شود:

$$M_y = P \times 240 = 4.8 \text{ kN.m}$$

در این حالت، محورها x و y است. $\bar{I}_y = \frac{60 \times 80^3}{12} - \frac{40 \times 60^3}{12} = 1,840,000 \text{ mm}^4$

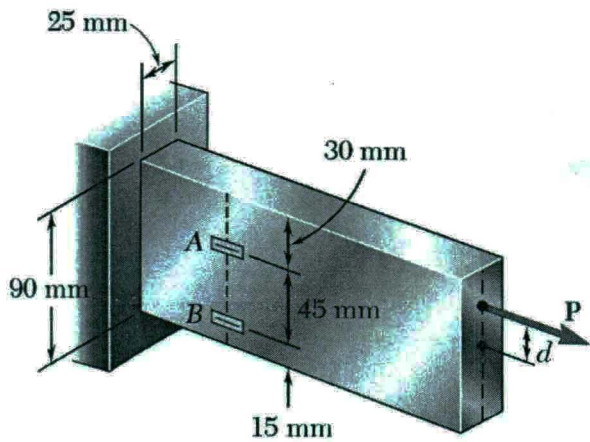
$$\sigma = \frac{P}{A} - \frac{M_y \cdot x}{\bar{I}_y}$$

$$A = 80 \times 60 - 60 \times 40 = 2400 \text{ mm}^2$$



$$\text{نقطه A } x = -40, \quad \sigma_A = + \frac{20 \times 10^3}{2400} - \frac{4.8 \times 10^6 \times (-40)}{1,840,000} = 112.7 \text{ MPa}$$

$$\text{نقطه B } x = 40, \quad \sigma_B = + \frac{20 \times 10^3}{2400} - \frac{4.8 \times 10^6 \times (40)}{1,840,000} = -96 \text{ MPa}$$

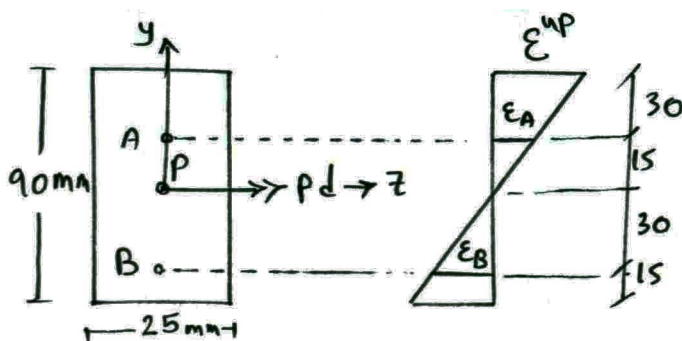


۴-۱۲۲ همانگونه که در شکل می بینید، نیروی محوری مرکزی P به یک میله وارد می شود. کرنش ها در نقاط A و B به صورت $\epsilon_A = +350 \mu$ ، $\epsilon_B = -70 \mu$ زیر اندازه گیری شده اند:

(الف) فاصله d، و (ب) مقدار نیروی P را تعیین کنید.

$$E = 200 \text{ GPa}$$

$$\nu = 0.2$$



حل: بار P را به مرکز ثقل منتقل می کنیم.

$$M = P d$$

$$A = 25 \times 90 = 2250 \text{ mm}^2$$

$$I_z = \frac{bh^3}{12} = \frac{25 \times 90^3}{12} = 1518750 \text{ mm}^4$$

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{M z \cdot y}{I_z}$$

با توجه به محدوده انتخابی $z \rightarrow y \uparrow$ داریم:

$$\sigma_A = E \epsilon_A \rightarrow \frac{P}{2250} + \frac{P d \times 15}{1518750} = 200 \times 10^3 \times 350 \times 10^{-6} \quad (1)$$

$$\sigma_B = E \epsilon_B \rightarrow \frac{P}{2250} + \frac{P d (-30)}{1518750} = 200 \times 10^3 (-70 \times 10^{-6}) \quad (2)$$

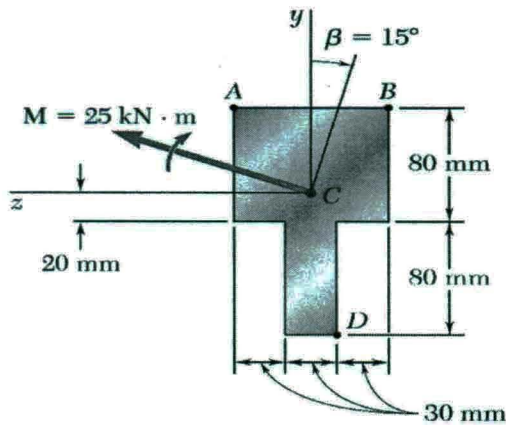
$$2 \times (1) + (2) \rightarrow P = 94500 \text{ N} = 94.5 \text{ kN}$$

$$\frac{P}{(1)} \rightarrow d = 30 \text{ mm}$$

تبدیل اثر طول تیر به 3000 mm باشد، افزایش طول ضلع بالایی تیر (که همان کاهش طول ضلع پایینی است) را

$$\frac{\epsilon^{\text{up}}}{\epsilon_A} = \frac{45}{15} = 3 \rightarrow \epsilon^{\text{up}} = 1050 \mu \rightarrow \Delta L = L \cdot \epsilon^{\text{up}} = 3000 \times 1050 \times 10^{-6} = 3.15 \text{ mm}$$

تیر تحت فشار و کشش قرار گرفته؟ چرا؟ مقدار؟
 فشار و کشش
 با توجه به $\epsilon^{\text{up}} = 0.2 \times 1050 = 210 \mu$
 کشش: $\epsilon = 210 \mu$
 فشار: $\epsilon = -210 \mu$



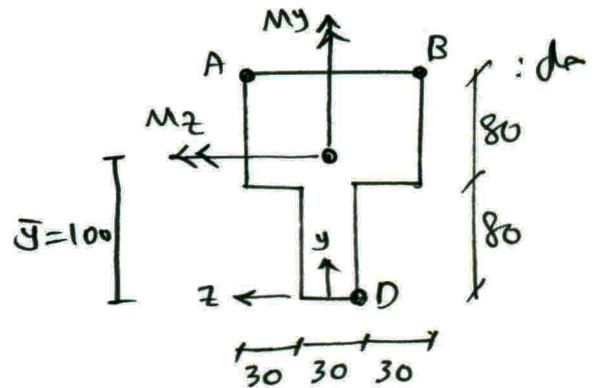
۴- ۱۳۱ کوپل M با زاویه β نسبت به محور عمودی، به تیری که سطح مقطع آن را در شکل می بینید وارد می شود. تنش در (الف) نقطه A، (ب) نقطه B، و (ج) نقطه D را بدست آورید.

$$M_z = M \cos \beta = 25 \cos 15 = 24.148 \text{ kN.m}$$

$$M_y = M \sin \beta = 25 \sin 15 = 6.470 \text{ kN.m}$$

$$\bar{y} = \frac{160 \times 90 \times 80 - 80 \times 60 \times 40}{160 \times 90 - 80 \times 60} = 100 \text{ mm}$$

$$\bar{z} = 0$$



$$I_z = 90 \times \frac{80^3}{12} + 90 \times 80 \times (120 - 100)^2 + 30 \times \frac{80^3}{12} + 30 \times 80 \times (40 - 100)^2 = 16,640,000 \text{ mm}^4$$

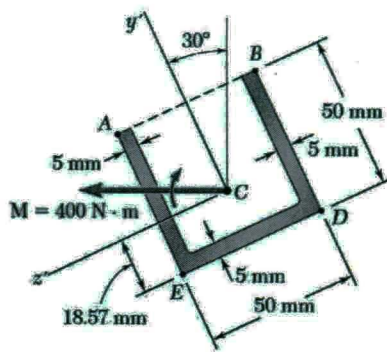
$$I_y = \frac{80 \times 90^3}{12} + \frac{80 \times 30^3}{12} = 5,040,000 \text{ mm}^4$$

$$\sigma = - \frac{M_z \cdot y}{I_z} + \frac{M_y \cdot z}{I_y}$$

$$\sigma_A = \frac{-24.148 \times 60}{16,640,000} + \frac{6.470 \times 45}{5,040,000} = -29.3 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = \frac{-24.148 \times 60}{16,640,000} + \frac{6.470 \times (-45)}{5,040,000} = -144.8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = - \frac{24.148 \times (-100)}{16,640,000} + \frac{6.470 \times (-15)}{5,040,000} = 125.9 \text{ MPa}$$



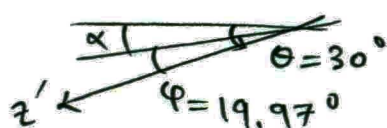
$$I_{y'} = 281 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$I_{x'} = 176.9 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$M_{x'} = M \cos 30 = 400 \cos 30 = 346.410 \text{ N.m}$$

$$M_{y'} = M \sin 30 = 400 \sin 30 = 200.000 \text{ N.m}$$

$$\tan \varphi = \frac{I_{x'}}{I_{y'}} \tan \theta = \frac{176.9 \times 10^3}{281 \times 10^3} \tan 30^\circ \rightarrow \varphi = 19.97^\circ$$



به قولم بماند $I_{x'} > I_{y'}$ بنابراین $\varphi < \theta$ باشد.

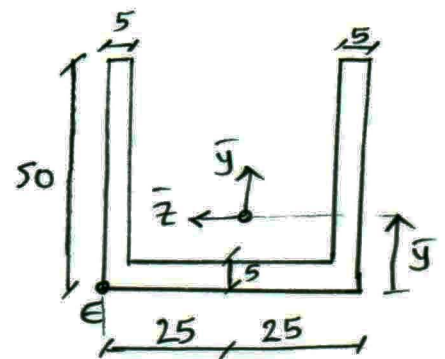
$$\alpha = 30 - 19.97 = 10.03^\circ$$

زاویه بماند

$$\sigma = -\frac{M_{x'} y'}{I_{x'}} + \frac{M_{y'} x'}{I_{y'}}$$

تنش کششی بیسینه در E اتفاق می افتد (چرا؟)

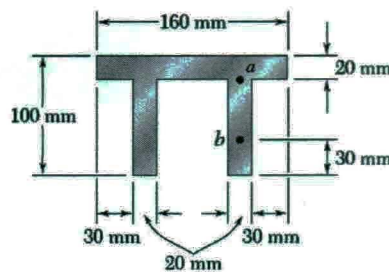
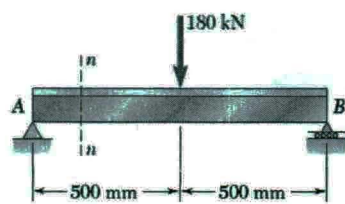
$$\bar{y} = \frac{50 \times 50 \times 25 - 40 \times 45 \times 27.5}{50 \times 50 - 40 \times 45} = 18.57 \text{ mm}$$



$$\sigma_E = \frac{-346.410 \times (-18.57)}{176.9 \times 10^3} + \frac{200 \times 25}{281 \times 10^3} = 54.16 \text{ MPa}$$

نکته: در این سؤال، موقعی را بدان داد و محاسبات را انجام دادیم. به چه حالتی تنش توان این کار را انجام داد؟

۶-۲۱ در مقطع $n-n$ از تیری که در شکل می بینید، تنش برشی در (الف) نقطه a و (ب) نقطه b را بدست آورید.



$$V_{n-n} = 90 \text{ kN}$$

$$\tau = \frac{V \cdot Q}{I t}$$

$$\bar{y} = \frac{40 \times 80 \times 40 + 160 \times 20 \times 90}{40 \times 80 + 160 \times 20} = 65 \text{ mm}$$

$$Q_a^{np} = 160 \times 20 (90 - 65) = 80,000 \text{ mm}^3 \quad (\text{Sec ①})$$

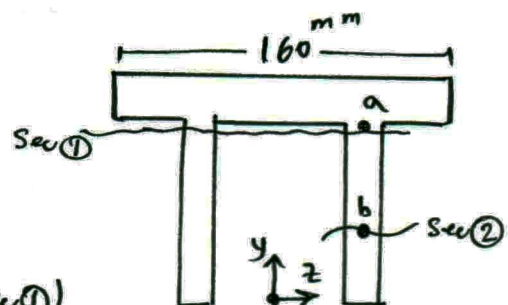
$$I_z = \frac{40 \times 80^3}{12} + 40 \times 80 \times (40 - 65)^2 + \frac{160 \times 20^3}{12} + 160 \times 20 \times (90 - 65)^2$$

$$I_z = 5813333 \text{ mm}^4$$

$$\tau_a = \frac{90 \times 10^3 \times 80,000}{5813333 \times \underbrace{40}_{2t_a}} = 30.96 \text{ MPa}$$

$$Q_b^{\text{down}} = 20 \times 30 (15 - 65) = -30000 \text{ mm}^3$$

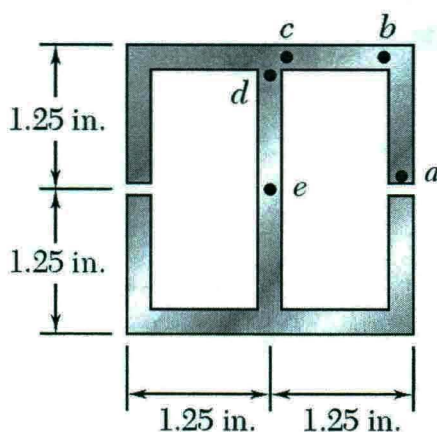
$$\tau_b = \frac{90 \times 10^3 \times (-30000)}{5813333 \times \underbrace{20}_{t_b}} = -23.22 \text{ MPa}$$



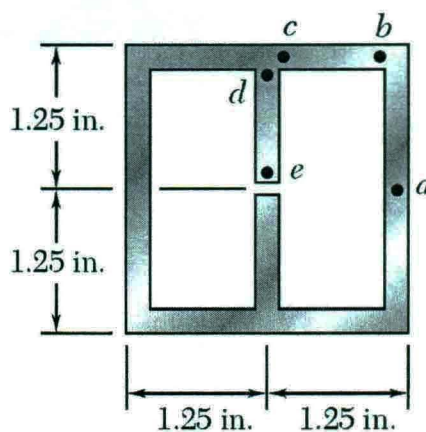
سؤال: برای محاسبه Q_a چرا Q_a^{np} (بالا برش) را بدست آوردیم؟ آیا از بالا برش هم میتوان استفاده کرد؟

چرا ضخامت در a $2t_a$ فرض شد؟ آیا ضخامت در a را نمیتوان 160 گرفت؟

۶-۴۱ و ۴۲ ضخامت جداره تیری که سطح مقطع آن را در شکل می بینید، $\frac{1}{8}$ in است. چنانچه نیروی برشی عمودی وارد به تیر 2 kips باشد، تنشهای برشی در هر پنج نقطه مشخص شده را بدست آورید.



(الف)



(ب)

حل: همان استیسی هر ۲ مقطع یکسان است. $I = \frac{2.5 \times 2.5^3}{12} - \frac{(2.5 - \frac{3}{8})(2.5 - \frac{1}{4})^3}{12} = 1.238 \text{ in}^4$

$T_a = \frac{VQ}{It} \rightarrow Q_a = 0 \rightarrow T_a = 0$ (الف)

$T_b = \frac{VQ}{It} = \frac{2000 \times 1.25 \times \frac{1}{8} \times 0.5 \times 1.25}{1.238 \times \frac{1}{8}} = 1262.12 \text{ psi} = 1.26 \text{ ksi}$

$T_c = \frac{VQ}{It} = \frac{2000 \times (\frac{1}{16} \times 1.25^2 + 1.125 \times \frac{1}{8} \times 1.25)}{1.238 \times \frac{1}{8}} = 3324.96 \text{ psi} = 3.32 \text{ ksi}$

$T_d = \frac{VQ}{It} \xrightarrow{Q_d = 2Q_c} T_d = 2T_c = 7572.70 \text{ psi} = 7.57 \text{ ksi}$

$T_e = \frac{VQ}{It} = (\frac{VQ}{It})_d + (\frac{VQ}{It})_e = 7572.70 + \frac{2000 \times 1.25^2 \times \frac{1}{16}}{1.238 \times \frac{1}{8}} = 8834.82 \text{ psi}$

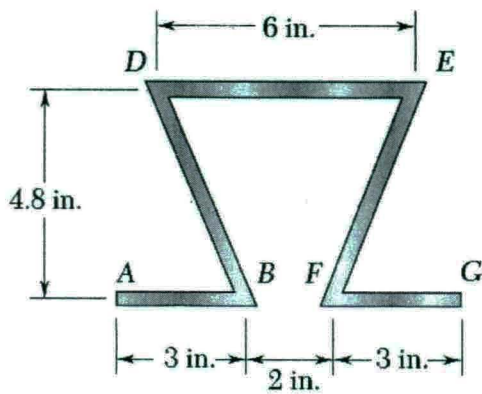
$T_a = \frac{VQ}{It} = \frac{2000 \times (3 \times 1.25^2 \times \frac{1}{16} + 2.5 \times \frac{1}{8} \times 1.25)}{1.238 \times 2 \times \frac{1}{8}} = 4417.41 \text{ psi}$ (ب)

$T_b = \frac{VQ}{It} = \frac{2000 \times (1.25^2 \times \frac{1}{16} + 2.5 \times \frac{1}{8} \times 1.25)}{1.238 \times 2 \times \frac{1}{8}} = 3155.29 \text{ psi}$

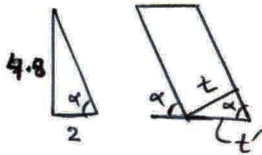
$T_c = \frac{VQ}{It} = \frac{2000 \times 1.25^2 \times \frac{1}{16}}{1.238 \times 2 \times \frac{1}{8}} = 631.06 \text{ psi}$

$T_d = \frac{VQ}{It} \xrightarrow{t_d = \frac{1}{2} t_c} T_d = 2T_c = 1262.12 \text{ psi}$

$T_e = 0 \quad (Q_e = 0)$



۶- ۵۰ ورقه به ضخامت t را به گونه ای که در شکل می بینید خم کرده ایم تا به عنوان تیر از آن استفاده کنیم. برای نیروی برشی عمودی 600 lb ، (الف) ضخامت t برای بیشترین تنش برشی 300 psi را پیدا کنید، و (ب) تنش برشی ایجاد شده در نقطه E را محاسبه نمایید. نمودار جریان برش در مقطع تیر را نیز رسم کنید.



$$t' \sin \alpha = t \rightarrow t' = 0.77 t$$

$$(\alpha = \tan^{-1}(\frac{4.8}{2})) \rightarrow \alpha = 50.19^\circ$$

$$Q_{up} = 6t \times 2.4 + 2 \times 2.4 \times 0.77t \times 1.2 = 18.84t$$

برای بند لایه مقلد

(توجه: بر علت دمارن کامل مقلد $\bar{y} = 2.4 \text{ in}$)

$$\tau = \frac{VQ}{It} \rightarrow 300 = \frac{600 \times 18.84t}{83.31t \times 2 \times 0.77t} \rightarrow t = 0.294 \text{ in}$$

τ_{max} در Q_{max} اتفاق می افتد.

$$I = 2(6t \times 2.4^2 + 0.77t \times \frac{4.8^3}{12}) = 83.31t$$

تمرین: جریان برش مقاطع زیر را رسم کنید. (تنش در نقاط A، محاسبه)

